Trabalho de Formatura Supervisionado

Problemas de deslocamento no plano em geometria computacional

Natan Costa Lima

Supervisora: Cristina Gomes Fernandes

Orientador: Carlos Eduardo Ferreira

Instituto de Matemática e Estatística

Universidade de São Paulo

Problemas

- Localização de pontos no plano

Problemas

- Localização de pontos no plano
- Deslocamento sem colisões com obstáculos

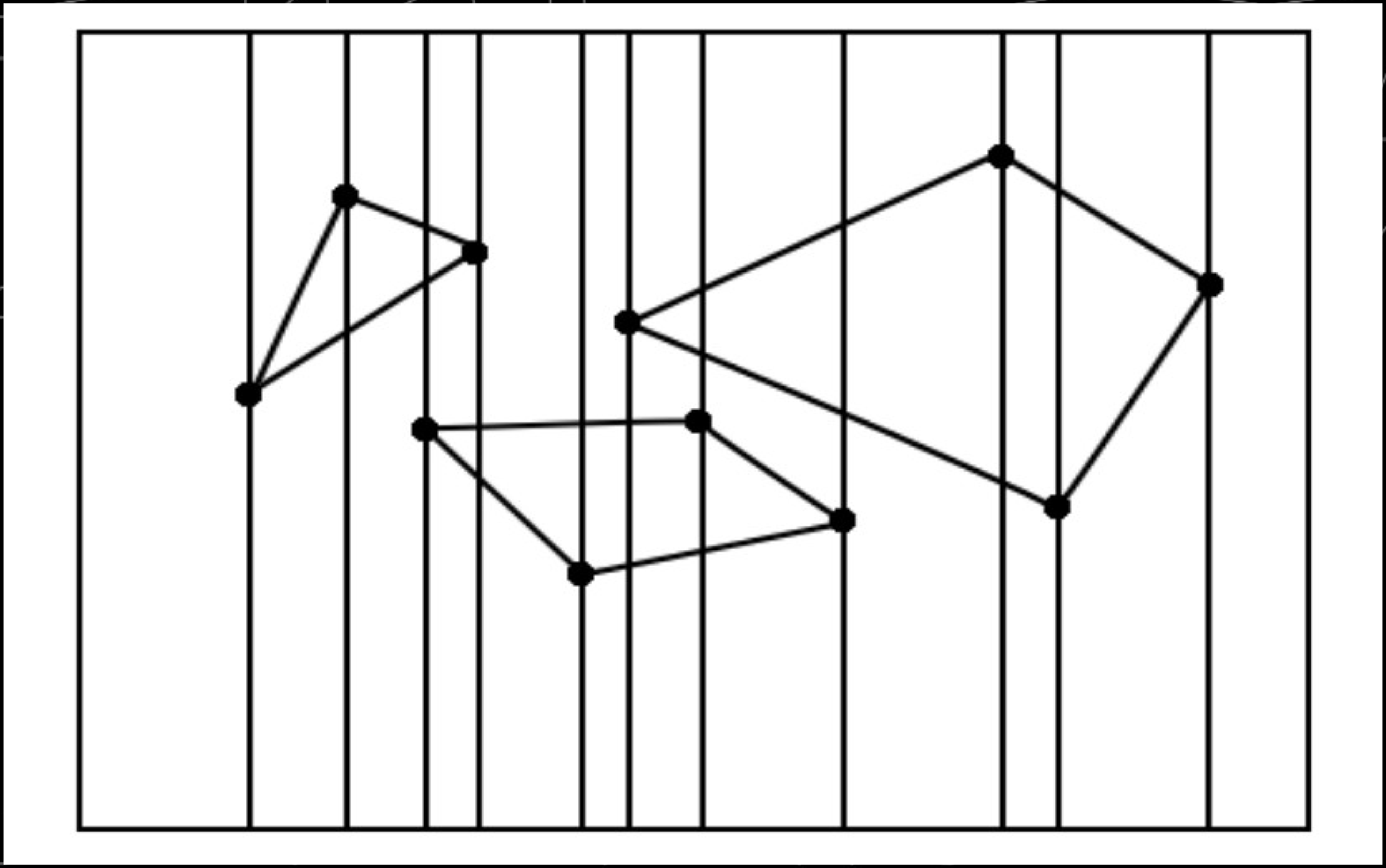
Problemas

- Localização de pontos no plano
- Deslocamento sem colisões com obstáculos
- Deslocamento sem colisões pelo caminho mais curto

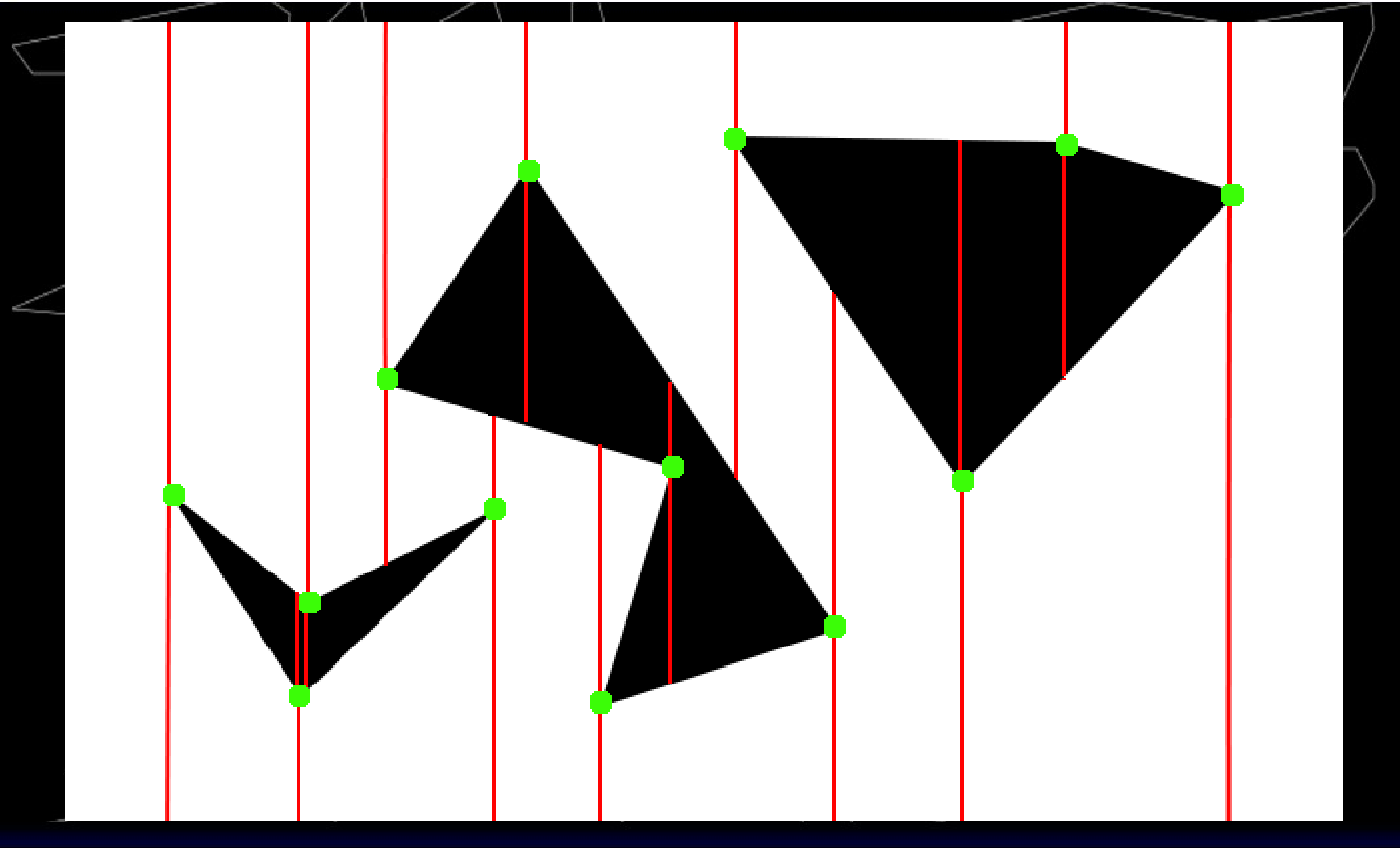
Problemas

- Localização de pontos no plano
- Deslocamento sem colisões com obstáculos
- Deslocamento sem colisões pelo caminho mais curto
- Problema do vigia

Localização com partição em fatias



Localização com mapa trapezoidal

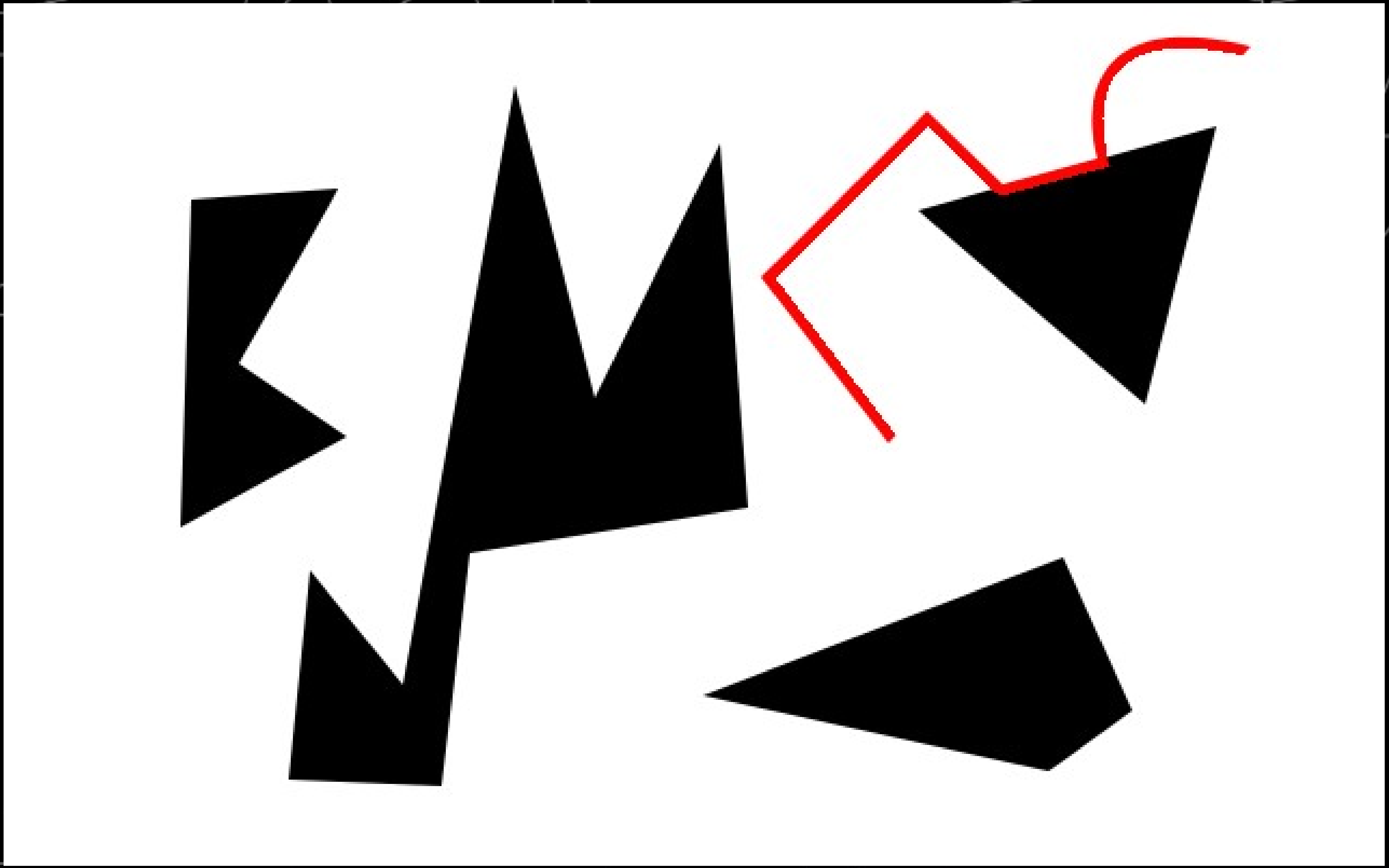


Caminhos mais curtos

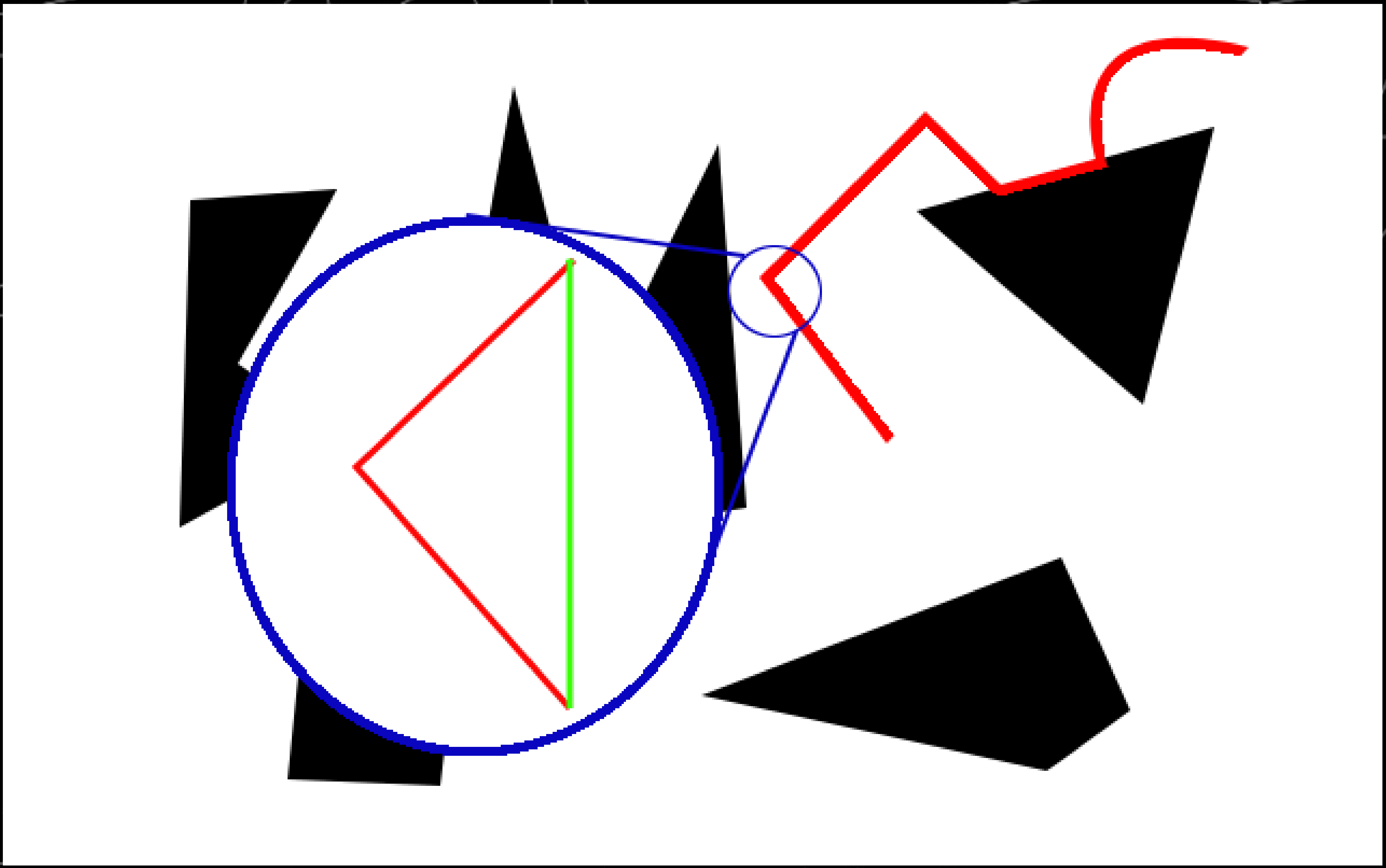
Lema:

Seja *P* um conjunto de polígonos, qualquer caminho mínimo entre dois pontos *s* e *t*, através de *P*, é um caminho polígonal onde seus vértices são vértices dos polígonos em *P*, *s* e *t*.

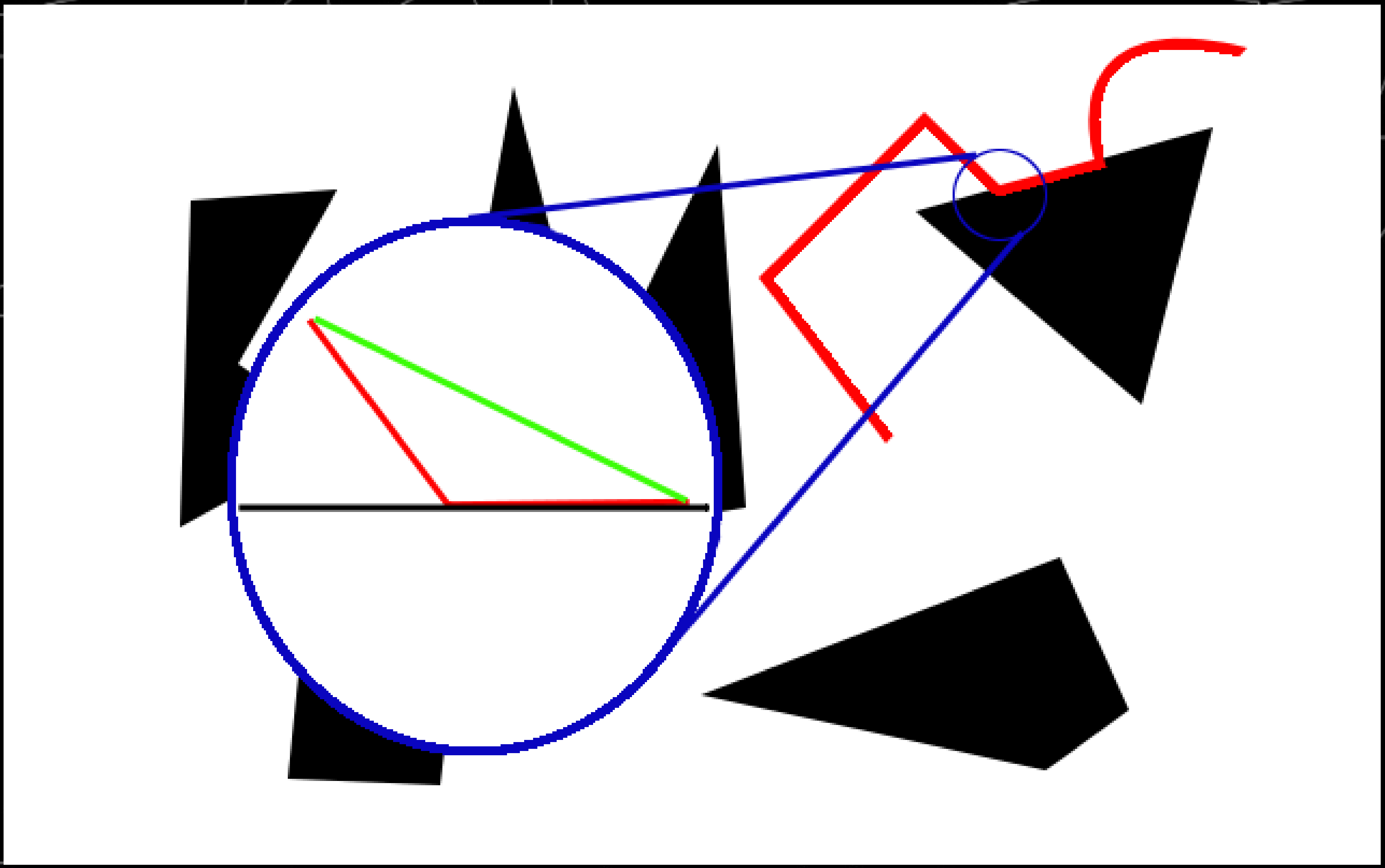
Caminhos mais curtos



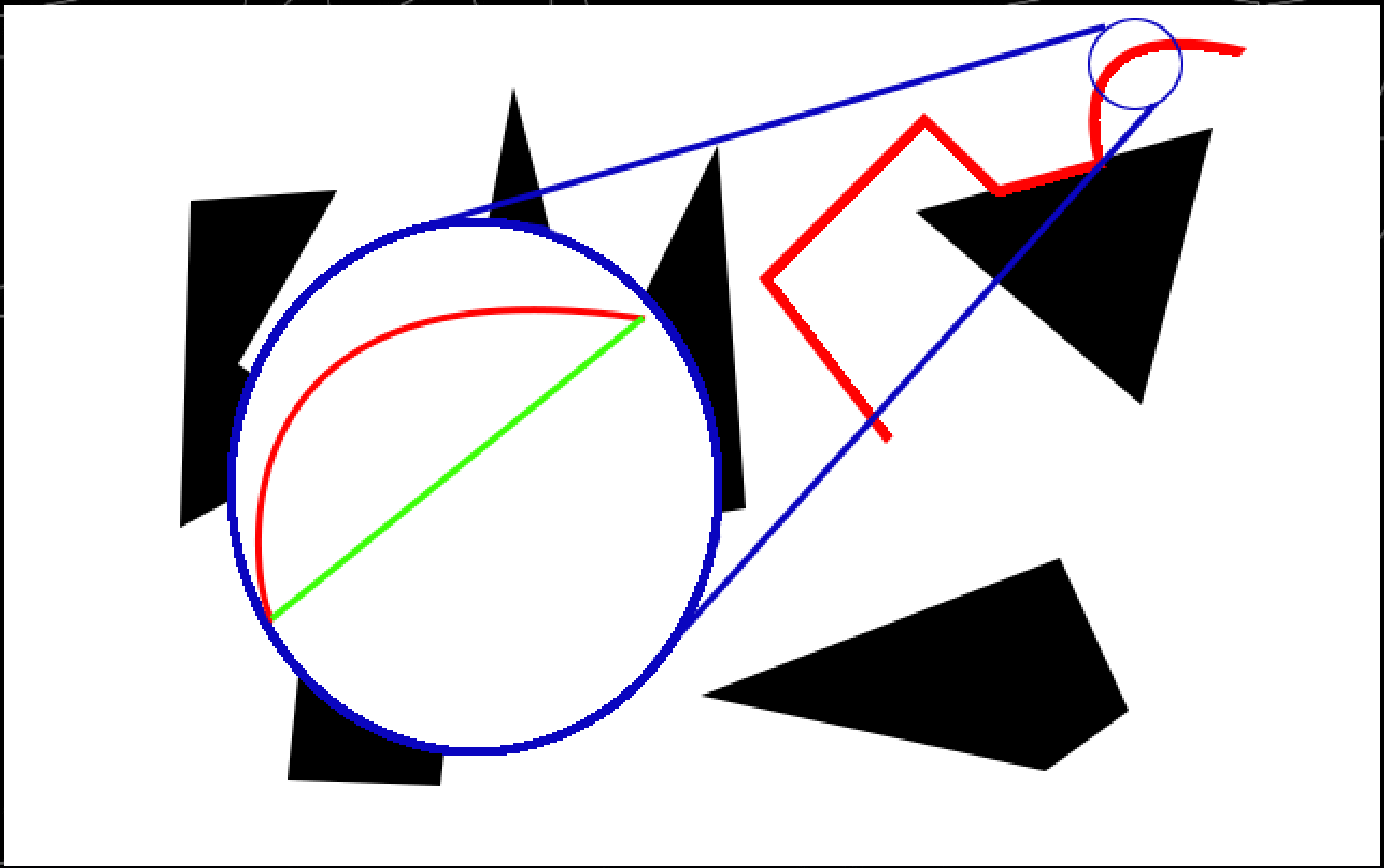
Caminhos mais curtos



Caminhos mais curtos



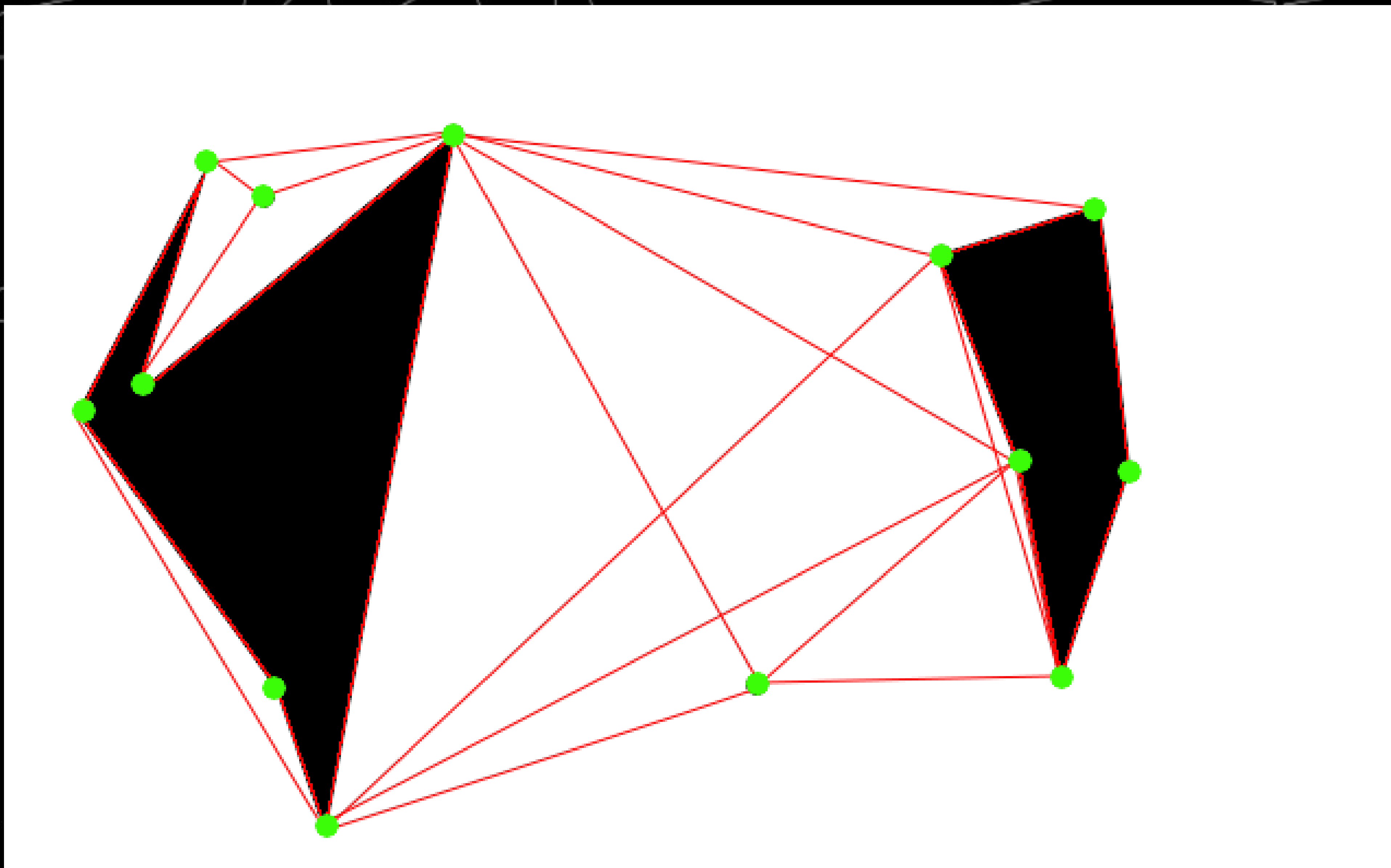
Caminhos mais curtos



Grafo de visibilidade

Grafo de visibilidade é o grafo onde os vértices são os vértices dos polígonos em *P* unidos com *s* e *t*, e suas arestas são entre vértices visíveis entre si com custo igual a distância euclidiana entre eles.

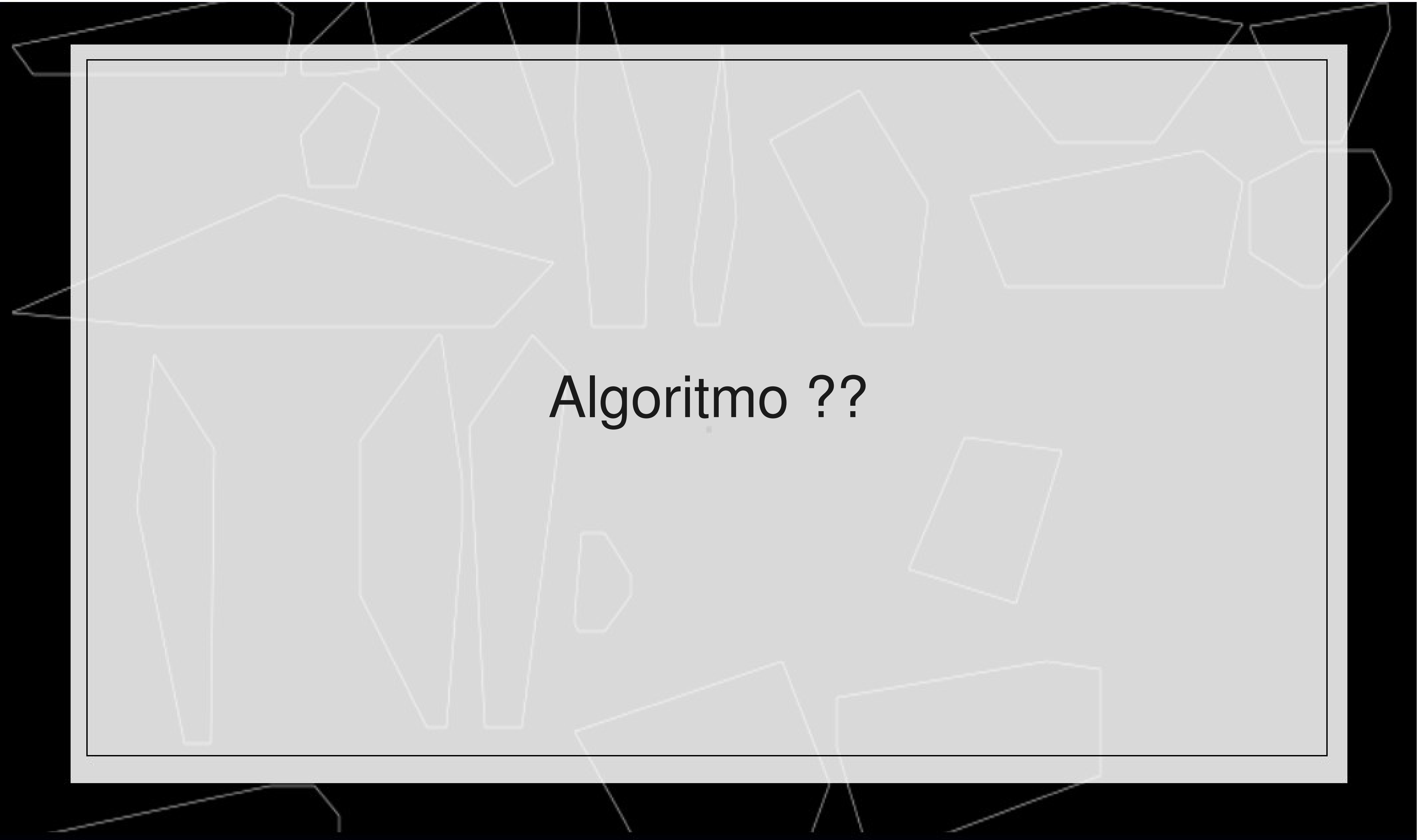
Grafo de visibilidade



Grafo de visibilidade

Tendo o grafo basta usar o algoritmo de Dijkstra para acharmos o caminho mais curto.

Grafo de visibilidade



Algoritmo ??

Grafo de visibilidade

Ingênuo é fácil: $O(n^3)$

Grafo de visibilidade

Vamos sofisticar!

Ferramentas

- Linha de varredura
- Estruturas balanceadas
- Ordenação

Grafo de visibilidade

Idéia:

Decidir quais vértices são visíveis a partir de um vértice pivo usando a ordem dos vértices ao redor como eventos da linha de varredura.

Algoritmo

$VISIBILITY-GRAPH(P,s,t)$

1. $V \leftarrow P \bigcup \{s,t\}$
2. **para cada** $p \in V$ **faça**
3. $\quad O \leftarrow ORDENA(p, V/p)$
4. $\quad T \leftarrow INICIALIZA(p)$
5. $\quad$ **para cada** $q \in O$ **faça**
6. $\quad\quad$ **se** $VISIVEL(T,p,q)$**faça**
7. $\quad\quad\quad$ Adicione a aresta pq em $GVis(P)$
8. $\quad\quad ADICIONA(T,p,q)$
9. $\quad\quad REMOVA(T,p,q)$

Complexidade

- ORDENA *O(n*log(n))*
- INICIALIZA *O(n*log(n))*
- VISIVEL *O(log(n))*
  (Graças ao mapa trapezoidal)
- ADICIONA *O(log(n))*
- *REMOVA O(log(n))*

Obrigado!

Referências

- M. de Berg, M. van Kreveld, M. Overmars, and O. Schwarzkopf, Computacional Geometry: Algorithms and applications (second edition), Springer, New York, 2005.

- Wei-pang Chin, Optimum watchman routes., Information processing letters 28 issue 1 (1988), 39-44.

- M. R. Garey, R. L. Graham, and D. S. Johnson, Some NP-complete geometric pro blems., Proceedings of the eight annual ACM symposium on Theory of computing (1976), 10-22.

- S. K. Ghosh and D. M. Mount, An output-sensitive algorithm for computing visibility graphs., SIAM J. Comput 20 (1991), 888–910.