



Revisão de Crenças com Probabilidades Imprecisas



Aluna: Camila Mari Matsubara Orientador: Prof.Dr. Marcelo Finger

Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo

camila.matsubara@usp.br mfinger@ime.usp.br

1. Revisão de Crenças

Considere um conjunto de informações que contém as seguintes crenças:

Exemplo 1 : $\left\{ \begin{array}{l} \text{Chove em todos os dias do verão.} \\ \text{Hoje é dia 4 de Janeiro.} \\ \text{A cotação do dólar de hoje é de R\$1,72.} \end{array} \right.$

Suponha que seja possível inferir que hoje é um dia de verão. Se for adicionada a seguinte informação:

Hoje não choveu.

o conjunto ficará inconsistente. Então é necessário *revisá-lo* para recuperar a consistência.

A operação de revisão não é única. Algumas das possibilidades são:

- Simplesmente abandonar todas as crenças e considerar apenas a última informação. Mas perderíamos informações sem necessidade (neste caso, o valor da cotação do dólar).
- Descartar a crença que acaba de ser adicionada, mas também não é uma boa solução.
- Concluir que hoje não é dia 4 de Janeiro.
- Concluir que não chove em todos os dias do verão.

O problema da **Revisão de Crenças** consiste basicamente em decidir quais crenças abandonar a fim de recuperar a consistência do conjunto.

Muitos estudos acerca desse problema são baseados nos trabalhos de Alchourrón, Gärdenfors e Makinson. Essa teoria começou a se solidificar quando eles propuseram alguns postulados, que descrevem propriedades que um processo de revisão deve ter, no artigo *On the logic of theory change* [2], em 1985.

Os postulados AGM, como são conhecidos, garantem entre outras coisas Mudanças Mínimas (abandonar a menor quantidade de informação possível), e o sucesso da revisão (a crença a ser adicionada pertence ao conjunto revisado), evitando as duas primeiras soluções acima.

2. Probabilidades Imprecisas

No contexto das probabilidades imprecisas, cada crença é associada a um **intervalo de probabilidade**. A interpretação é que o verdadeiro valor de probabilidade da crença está contido nesse intervalo.

O problema de revisão é garantir a satisfatibilidade probabilística [3] do conjunto depois de uma alteração arbitrária no intervalo de determinada crença.

Exemplo 2 : $\left\{ \begin{array}{ll} \text{Chove em todos os dias do verão. [50\%, 70\%]} & \text{(I)} \\ \text{Hoje é dia 4 de Janeiro. [10\%, 20\%]} & \text{(II)} \\ \text{A cotação do dólar de hoje é de R\$1,72. [90\%, 100\%]} & \text{(III)} \\ \text{Amanhã é dia 5 de Janeiro [10\%, 30\%]} & \text{(IV)} \end{array} \right.$

O significado é de que o valor da probabilidade de a crença (I) ser verdadeira está contido no intervalo associado. Suponha que deseja-se alterar a última crença:

Amanhã é dia 5 de Janeiro [100%, 100%] (IV)

Claramente o novo intervalo contradiz a crença (II), pois se amanhã é dia 5 com 100% de probabilidade, com certeza hoje é dia 4. Logo, uma possibilidade de *revisão* é ajustar o intervalo da crença (II) para [100%, 100%].

Neste caso a revisão foi fácil, mas nem sempre isso acontece. Assim como na teoria original, o conjunto resultante pode não ser único. Diante da dificuldade de

sua modelagem, surge a necessidade de se formalizar claramente a teoria para as probabilidades imprecisas.

3. Resultados

Para cada conceito e postulado da teoria original, definiu-se uma correspondência para a teoria com probabilidades imprecisas, obtendo uma formalização do contexto do problema.

Além disso, contruiu-se um algoritmo que determina o intervalo de uma crença fazendo uso do algoritmo P-Sat para testar satisfatibilidade. É como uma busca binária no intervalo [0%, 100%], para encontrar um valor satisfável com a crença (ver Figura 1). A partir desse valor aplica-se duas buscas semelhantes: uma expansão à esquerda e outra à direita, para determinar os limites inferior e superior do intervalo.

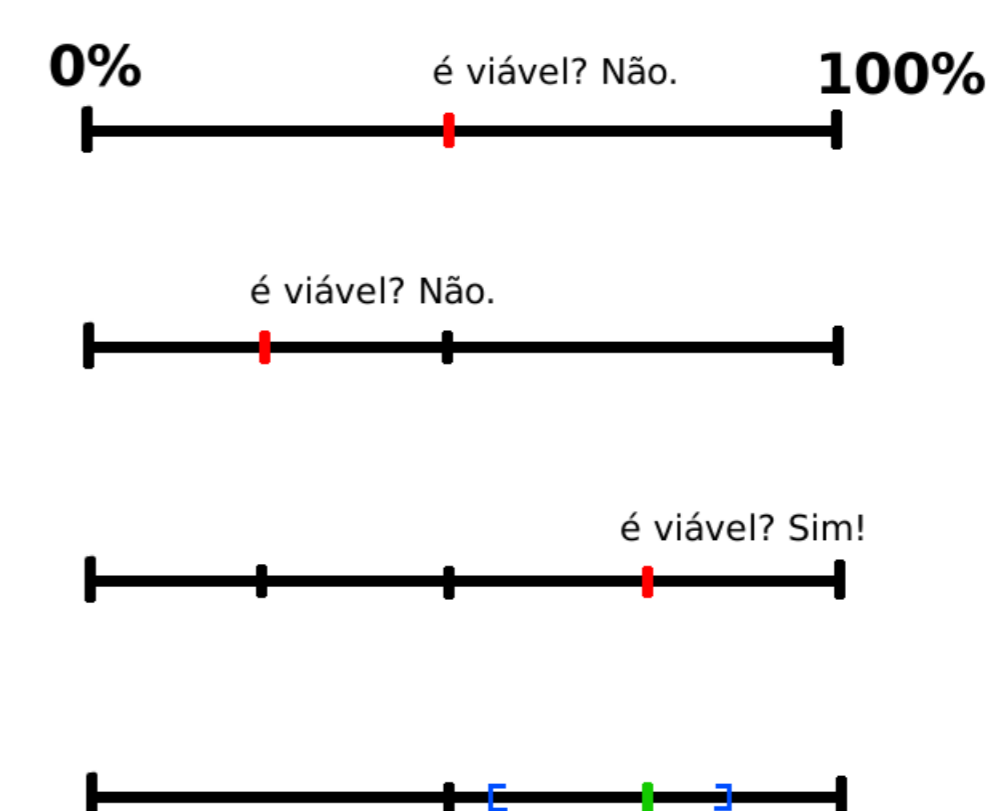


Figura 1: Determinando um ponto viável e expandindo-o.

Ao final, fez-se um estudo sobre as possíveis estratégias que se pode usar para a revisão. Em cada estratégia, é necessário definir alguns conceitos para determinar os passos do processo.

Simulemos a estratégia de remoção de crenças para revisar o Exemplo 2. Definimos o conceito de mudanças mínimas: remover o menor número de crenças do conjunto. Além disso, definimos uma ordem para percorrer as crenças: a numeração dada. Logo, o conjunto revisado é:

Exemplo 2 : $\left\{ \begin{array}{ll} \text{A cotação do dólar de hoje é de R\$1,72. [90\%, 100\%]} & \text{(III)} \\ \text{Amanhã é dia 5 de Janeiro [100\%, 100\%]} & \text{(IV)} \end{array} \right.$

A crença (IV) pertence ao conjunto, garantindo o sucesso da revisão. A (I) foi removida pelo algoritmo porque o conjunto estava inconsistente. Como continuava inconsistente, a crença (II) foi removida. No entanto, perdemos informação desnecessariamente, violando nossa própria definição de Mudanças Mínimas (poderíamos ter removido apenas a crença (II)). Se a ordem para percorrer as crenças fosse outra, o Princípio de Mudanças Mínimas também seria violado? Qual a melhor ordenação?

Portanto, ao escolher uma estratégia, é necessário manter equilíbrio entre as definições e os postulados que devem ser satisfeitos.

4. Conclusão

A formalização dos conceitos da teoria de revisão de crenças com probabilidades imprecisas foi de grande importância tanto para este quanto para trabalhos futuros, especialmente a formalização dos postulados AGM.

Ainda que a operação de revisão não se torne precisamente definida, percebeu-se a necessidade e direcionou-se o caminho para aprofundar os estudos em heurísticas e alcançar uma caracterização para a revisão, baseando-se nos postulados formalizados, nos algoritmos de satisfatibilidade probabilística (P-Sat) e de manipulação de probabilidades imprecisas.

Referências

- [1] Gärdenfors, Peter. *Knowledge in Flux: Modeling the Dynamics of Epistemic States*. MIT – Massachusetts Institute of Technology, 1988.
- [2] Alchourrón, Carlos E.; Gärdenfors, Peter; Makinson, David. *On the logic of theory change: Partial meet contraction and revision functions*. Journal of Symbolic Logic, 510-530. 1985.
- [3] Hansen, Pierre; Jaumard, Brigitte. *Probabilistic Satisfiability*. Montreal, Canada, 1996.