MAC–IME–USP

Carlos Eduardo Ferreira
Sala 108C Tel.: 3091 6135
e-mail cef@ime.usp.br
Monitores: Alexandre Freire e João Miranda

MAC 122 – Princípios de Desenvolvimento de Algoritmos

Segundo semestre de 2009

Lista de Exercícios para estudar para a segunda prova

1 Ordenação

1. Ordene a seqüência abaixo abaixo usando os métodos Mergesort, Quicksort, Heapsort e Bubblesort:

   ```
   12   23   5   9   0   4   1   12   21   2   5   14
   ```

   Em cada um dos casos, qual o número de comparações e de trocas feitas durante a ordenação?

2. Queremos ordenar um vetor de n elementos cada uma de cujas componentes é 'A' ou 'B'. Escreva um algoritmo que faça no máximo n-1 comparações para ordenar o vetor. (Use um vetor auxiliar se necessário). Se soubermos que o vetor tem apenas dois elementos diferentes (mas não sabemos quais são elas), sua função ainda funciona?

3. Encontre permutações do vetor 1,2,3,4,5 que forcem:

   (a) o algoritmo Quicksort a executar o número máximo de comparações;
   (b) o algoritmo Quicksort a executar o número máximo de trocas;
   (c) o algoritmo Shakersort a executar o número máximo de comparações;
   (d) o algoritmo Bubblesort a executar o número máximo de trocas.

4. Faça uma função Merge que recebe vetores ordenados $A[1..m]$ e $B[1..n]$ e devolve um vetor ordenado $C[1..m+n]$ que resulta da intercalação de A e B. Faça duas versões do algoritmo: uma iterativa e uma recursiva. Encontre instâncias (dados) em que o algoritmo acima faz:

   (a) m comparações;
   (b) n comparações;
   (c) $m + n - 1$ comparações.

5. Considere o seguinte trecho de programa:

   ```
   for (i = 0; i < n; i++) cont[i] = 0;
   for (i = 0; i < n; i++)
      for (j = 0; j < n; j++)
           if (V[j] < V[i]) cont[i]++;
   ```

(a) Escreva um algoritmo que ordene um vetor V utilizando o trecho acima. Observe o que ocorre se V tiver elementos repetidos.

(b) Quantas comparações e quantas movimentações envolvendo os elementos do vetor V são feitas no melhor caso? Quantas no pior caso? Quantas no caso médio?

6. Considere o seguinte algoritmo para ordenação de um vetor V:

```
W = V;
enquanto W não está ordenado faça
   W := uma permutação de V que ainda não foi testada
```

(a) Quantas comparações são necessárias para verificar se um vetor está ordenado?

(b) Quantas permutações deverão ser testadas no pior caso? E no caso médio?

(c) Baseado nas respostas aos itens acima, calcule quantas comparações esse algoritmo faz, no pior caso, para ordenar um vetor de n elementos. Repita para o melhor caso. Repita para o caso médio.

7. Em cada uma das situações abaixo, qual algoritmo de ordenação mais apropriado?

(a) Um vetor de inteiros de tamanho menor ou igual a 8.

(b) Uma lista de nomes parcialmente ordenada.

(c) Uma lista de nomes em ordem aleatória.

(d) Uma lista de inteiros positivos menores que 100.

(e) Um arquivo que não cabe na memória principal.

8. Considere as seguintes funções de ordenação de um vetor A:

```
void ordena (vetor A,  int n)
{
    int i, j, min;

    for(i = 0; i < n - 1; i++){   /* I   */
      min = i;
      for (j = i+1; i < n; i++)
        if (A[j] < A[min])        /* II  */
           min = j;
      troca (A, i, min);          /* III */
    }
}

void classif (vetor A, int n)
{
    int i, j;
```

```
    for (i = 1; i < n; i++)    /* I   */
      for (j = i; j > 1; j--)
          if (A[j] < A[j-1])   /* II  */
            troca (A, j, j-1); /* III */
}
```

Para cada um dos algoritmos responda às seguintes perguntas.

(a) Para cada um dos algoritmos, qual a situação do vetor A a cada passagem pelo ponto I? Justifique.

(b) Baseado em sua resposta no item anterior, mostre que cada uma das funções de fato ordena o vetor A.

(c) Qual o número máximo e mínimo de vezes que a comparação II é executada e em que situações ocorre?

(d) Idem para o comando III, que troca elementos.

9. Faça uma função recursiva que ordena um vetor A de $n > 1$ elementos baseado no seguinte algoritmo: Obtenha um número p em $[1..n]$. Divida o vetor em duas partes, a primeira com p elementos e a segunda com $n - p$. Ordene cada uma das duas partes. Depois, supondo que $A[1] \leq A[2] \leq \ldots A[p]$ e $A[p+1] \leq A[p+2] \leq \ldots \leq A[n]$, intercale as duas seqüências de forma a completar a ordenação de A. Use vetores auxiliares se necessário.

10. Considere o algoritmo do exercício anterior com $p = 1$, depois com $p = \lfloor n/3 \rfloor$, depois com $p = \lfloor n/2 \rfloor$. Você já viu antes o algoritmo correspondente a algum destes valores de p? Qual das três escolhas sugeridas para p é a mais eficiente? Por que?

2 Busca de Padrões

1. Simule a execução do algoritmo ingênuo de busca de padrões para o caso em que `t = 00001000100001000010110100` e `s = 0001`.

2. Suponha que todas as letras do padrão `s` são diferentes. Mostre como modificar o algoritmo ingênuo de busca de padrões neste caso para que ele execute em tempo $O(n)$ (onde n é o número de caracteres do texto `t`).

3. Considere o texto `t = 773689100837234595722312523823434943435 31` e o padrão `s = 2345957`. Considere que a função de hash usada no algoritmo de busca de padrões de Karp-Rabin será $h(x) = x\%11$, onde x é uma janela de `t` de comprimento 7 (tamanho de `s`). Mostre o funcionamento do algoritmo para esta instância.

4. Calcule o vetor `apr` do KMP para o padrão `s = ababbabbababbababbabb`.

5. Considere o vetor `apr` do KMP como uma função definida em $\{0, 1, \ldots, m-1\} \longrightarrow \{-1, 0, 1, \ldots, m-1\}$. Formule um limite superior para o número de vezes que a função `apr` pode ser aplicada (até o resultado ser -1). Construa uma instância que mostra que seu limitante superior ocorre.