

# Como é trabalhar com Cláudio L. Lucchesi?

Cândida Nunes da Silva

Universidade Federal de São Carlos – Campus de Sorocaba

**Dia “Cláudio L. Lucchesi”**

Seminários de Teoria da Computação, Combinatória e  
Otimização - USP

# Como é trabalhar com Cláudio L. Lucchesi?

Quem faz a pergunta “Como é trabalhar com Cláudio L. Lucchesi?” pode estar perguntando:

# Como é trabalhar com Cláudio L. Lucchesi?

Quem faz a pergunta “Como é trabalhar com Cláudio L. Lucchesi?” pode estar perguntando:

- Como é trabalhar com uma pessoa tão famosa, de tanto sucesso e tão admirada?

# Como é trabalhar com Cláudio L. Lucchesi?

Quem faz a pergunta “Como é trabalhar com Cláudio L. Lucchesi?” pode estar perguntando:

- Como é trabalhar com uma pessoa tão famosa, de tanto sucesso e tão admirada?
- Como é trabalhar com uma pessoa tão exigente, tão brava e que não deixa de dizer o que pensa do a quem doer?

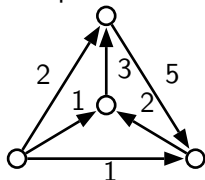
- Breve descrição dos trabalhos técnicos feitos em conjunto.
- Uma tentativa de “caracterização” de Cláudio L. Lucchesi.
- Resposta à pergunta: É possível se tornar um Cláudio L. Lucchesi?

- Seja  $D$  um grafo orientado e  $f$  uma função peso  $f : E(D) \rightarrow \mathbb{Z}$ .
- Seja  $X \subseteq V(D)$  e denote por  $\partial(X)$  o corte de  $X$ .
- As arestas de  $\partial(X)$  são particionadas em  $\partial^+(X)$  (as que saem de  $X$ ) e  $\partial^-(X)$  (as que entram em  $X$ ).
- O *fluxo líquido* em  $X$  é dado por:

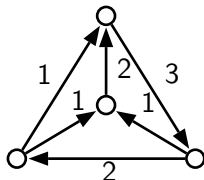
$$f(X) = \sum_{e \in \partial^+(X)} f(e) - \sum_{e \in \partial^-(X)} f(e).$$

# Definição de $k$ -Fluxo e $k$ -Fluxo Modular

- Uma função  $f : E(D) \rightarrow \mathbb{Z}$  de um grafo orientado  $D$  é um  $k$ -fluxo modular se:
  - Para toda aresta  $e$ ,  $f(e)$  não é múltiplo de  $k$ .
  - Todo vértice  $v$  é *equilibrado módulo  $k$* , i.e.,  $f(v) \equiv 0 \pmod{k}$ .
- Uma função  $f : E(D) \rightarrow \mathbb{Z}$  de um grafo orientado  $D$  é um  $k$ -fluxo se:
  - Para toda aresta  $e$ ,  $0 < f(e) < k$ .
  - Todo vértice  $v$  é *equilibrado*, i.e.,  $f(v) = 0$ .
- Exemplos:



4-fluxo modular



4-fluxo

- Um grafo não orientado  $G$  tem um  $k$ -fluxo ( $k$ -fluxo modular) se existe um  $k$ -fluxo ( $k$ -fluxo modular) para alguma orientação  $D$  de  $G$ .

## Teorema (Tutte)

Um grafo  $G$  tem um  $k$ -fluxo se e somente se tem um  $k$ -fluxo modular.

## Teorema (Tutte)

Um grafo planar  $G$  tem um  $k$ -fluxo modular se e somente se tem uma  $k$ -coloração de faces.



- Um grafo não orientado  $G$  tem um  $k$ -fluxo ( $k$ -fluxo modular) se existe um  $k$ -fluxo ( $k$ -fluxo modular) para alguma orientação  $D$  de  $G$ .

## Teorema (Tutte)

Um grafo  $G$  tem um  $k$ -fluxo se e somente se tem um  $k$ -fluxo modular.

## Teorema (Tutte)

Um grafo planar  $G$  tem um  $k$ -fluxo modular se e somente se tem uma  $k$ -coloração de faces.

## Conjetura dos 5-Fluxos (Tutte, 1954)

Todo grafo 2-aresta-conexo admite um 5-fluxo.

## Conjetura dos 4-Fluxos (Tutte, 1966)

Todo grafo 2-aresta-conexo e sem um menor do grafo de Petersen admite um 4-fluxo.

## Conjetura dos 3-Fluxos (Tutte, 1972)

Todo grafo 2-aresta-conexo e livre de 3-cortes admite um 3-fluxo.

# Variações da Conjetura dos 3-Fluxos

- Uma *3-orientação* de um grafo  $G$  é um 3-fluxo modular em que toda aresta tem peso unitário.
- Um grafo  $G$  admite 3-fluxo se e somente se admite uma 3-orientação.
- Um corte  $\delta(X)$  separa um conjunto  $S \subseteq V(G)$  se existem vértices de  $S$  em ambos  $X$  e  $\overline{X}$ .

## Conjetura dos 3-Cortes Separadores

Seja  $G$  um grafo 2-aresta-conexo e  $S$  um conjunto com três ou menos vértices. Se todo 3-corte de  $G$  separa  $S$ , então  $G$  admite uma 3-orientação.

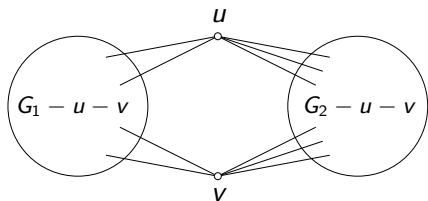
Em meu doutorado foram feitas três abordagens de estudo das Conjeturas de Tutte:

- Grafos Fluxo-Críticos: analogia a grafos cor-críticos.
- Conexidade Cíclica do Contra-exemplo Mínimo para a Conjetura dos 3-Cortes Separadores.
- Nova demonstração do Teorema de Grötzsch.

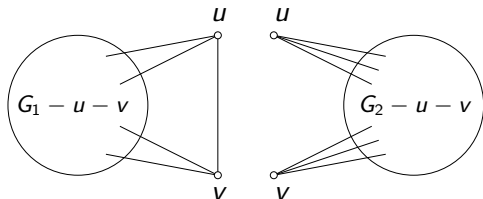
# Grafos Fluxo-Críticos: Definição

- Analogia a grafos cor-críticos:
  - O *número de fluxo*  $\Phi(G)$  é o menor inteiro  $k$  tal que  $G$  tem um  $k$ -fluxo.
  - O grafo  $G$  é *fluxo-crítico* se  $\Phi(H) < \Phi(G)$  para qualquer  $H$  obtido de  $G$  via uma certa *operação de redução*.
- $G$  é *aresta-crítico* quando a operação de redução é a contração de um conjunto de arestas.
- $G$  é *vértice-crítico* quando a operação de redução é a contração de um conjunto de vértices.
- Todo grafo vértice-crítico é também aresta-crítico.

# Teorema Análogo ao de Dirac



Grafo  $G$  vértice-crítico



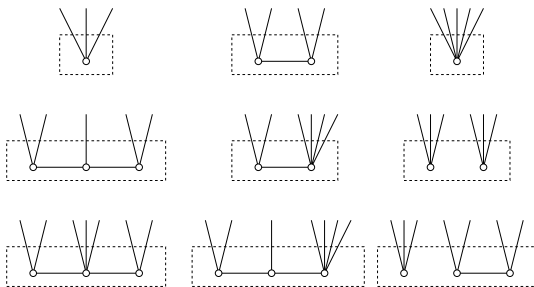
$G_1 + uv$  e  $G_2$  vértice-críticos

- Por esse Teorema, todo contra-exemplo mínimo para a Conjetura dos 3-Cortes Separadores é 3-conexo.

- Perfil do trabalho: analogia entre dois conceitos diferentes que estendem o conceito de coloração de faces para grafos não planares.
- O que aprendi com Cláudio L. Lucchesi: ser cuidadoso e metódico nas analogias, destacando as semelhanças e identificando as diferenças ajuda a entender estrutura fundamental que permite a analogia.

# Conexidade Cíclica do Contra-Exemplo Mínimo para a Conjetura dos 3-Cortes Separadores

- Um corte  $C$  de um grafo  $G$  é um *penne* se tem uma praia  $X$  tal que todo vértice em  $X$  tem grau três ou grau cinco e  $G[X]$  é uma floresta.
- Dizemos que  $X$  é um *cabo* de  $C$ .
- Um  $r$ -penne é um penne com  $r$  arestas.
- Para  $r \leq 7$  os cabos dos  $r$ -pentes são:





## Teorema Principal

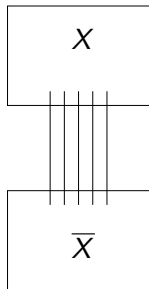
Seja  $G_*$ , juntamente com um conjunto  $S$  de no máximo três vértices, um contra-exemplo mínimo para a Conjetura dos 3-Cortes Separadores. Então,  $G_*$  satisfaz, entre outras, a seguinte propriedade:

todo  $r$ -corte de  $G_*$  é um pente, para  $r \leq 7$ .

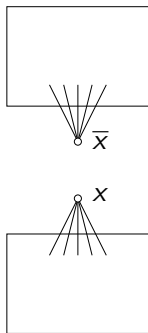
- Um grafo  $G$  é  $k$ -ciclicamente-aresta-conexo ( $k$ -ciclicamente-conexo) se para qualquer conjunto  $T$  com menos do que  $k$  arestas (vértices)  $G - T$  tem no máximo uma componente conexa com ciclos.
- Implicações do Teorema Principal:
  - Direta:  $G_*$  é 8-ciclicamente-aresta-conexo.
  - Indiretas:  $G_*$  é 3-conexo e 4-ciclicamente-conexo.

# Idéia da Demonstração

Dado um corte pequeno  $C$  que não é pente e suas  $C$ -contrações:

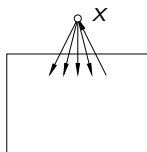
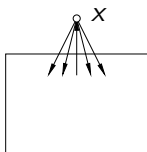
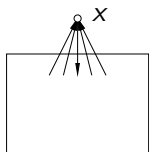
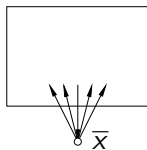
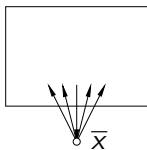
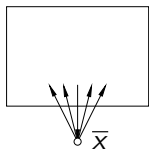


Corte  $C$



$C$ -contrações

# Idéia da Demonstração



similares

similares

não similares

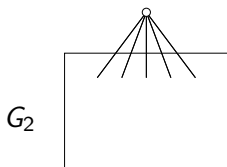
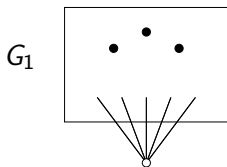
Queremos encontrar 3-orientações para as duas  $C$ -contrações que sejam *similares* em  $C$ .

# Redução de Cortes Pequenos

- As reduções de 3- e 4-cortes são simples.
- A redução de 5-cortes pentes envolve dois casos, dependendo se este separa ou não o conjunto  $S$ .
- Sejam  $G_1$  e  $G_2$  as  $C$ -contrações de um 5-corte  $C$  que não é pente.
- Suponha que  $G_1$  tem mais vértices de  $S$  que  $G_2$ .
- Existem cinco possíveis orientações do 5-corte  $C$ , cada uma representada por uma aresta *minoritária*.

# Redução de Cortes Pequenos

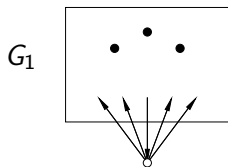
Quando o 5-corte  $C$  não separa  $S$ :



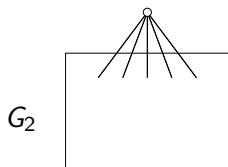
- vértices de  $S$

# Redução de Cortes Pequenos

Quando o 5-corte  $C$  não separa  $S$ :

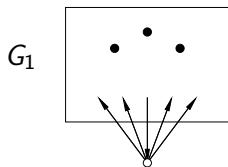


- vértices de  $S$

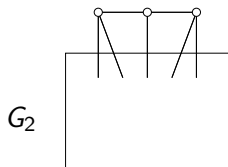


# Redução de Cortes Pequenos

Quando o 5-corte  $C$  não separa  $S$ :

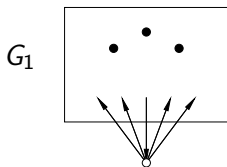


- vértices de  $S$

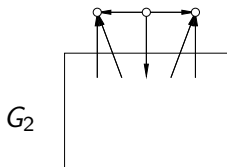


# Redução de Cortes Pequenos

Quando o 5-corte  $C$  não separa  $S$ :



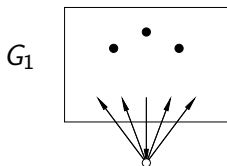
- vértices de  $S$



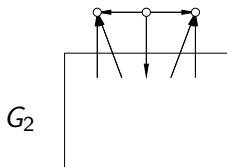


# Redução de Cortes Pequenos

Quando o 5-corte  $C$  não separa  $S$ :



- vértices de  $S$



As demais reduções são gradativamente mais complicadas.

- Perfil do trabalho: inúmeros casos e subcasos para serem tratados, com crescente grau de complexidade à medida que o tamanho do corte aumenta.
- O que aprendi com Cláudio L. Lucchesi: é preciso saber trabalhar com vários níveis de abstração diferentes para simplificar a apresentação de algo naturalmente complexo.

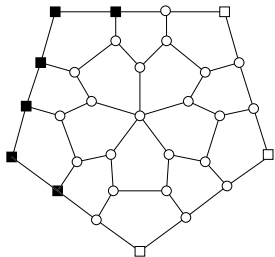
## Teorema de Grötzsch (1958)

Todo grafo planar sem laços e sem triângulos tem 3-coloração de vértices.

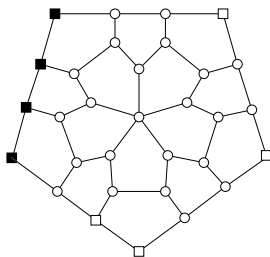
- A nova demonstração não usa a Fórmula de Euler.
- Trabalho conjunto com Daniel H. Younger e R. Bruce Richter.
- Para grafos planares e com cintura cinco ou mais.
- Uma imersão  $\tilde{G}$  é fixada e uma face  $\tilde{B}$  é selecionada como face externa.
- Em termos de lista-coloração: função  $L$  associa a cada vértice uma lista com até três cores.
- A função  $L$  particiona  $V$  em três conjuntos:  $V_1, V_2, V_3$ .

# Configurações $\langle 6, 0 \rangle$ e $\langle 4, 1 \rangle$

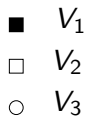
A tripla  $(\tilde{G}, \tilde{B}, L)$  pode formar uma configuração  $\langle 6, 0 \rangle$  ou  $\langle 4, 1 \rangle$ .  
Exemplos:



$\langle 6, 0 \rangle$



$\langle 4, 1 \rangle$



## Novo Teorema

Toda configuração  $\langle 6, 0 \rangle$  ou  $\langle 4, 1 \rangle$  é  $L$ -colorável.

- É possível reduzir o Teorema de Grötzsch à  $L$ -coloração de configurações  $\langle 6, 0 \rangle$ .
- Thomassen (2003) demonstrou que toda configuração  $\langle 6, 0 \rangle$  é  $L$ -colorável.

- Perfil do trabalho: demonstração simples e elegante, com poucos casos fundamentais, mas na qual a necessidade de precisão matemática da apresentação obscurece a beleza e simplicidade da demonstração.
- O que aprendi com Cláudio L. Lucchesi: é preciso saber ser flexível; só se pode fazer o que é possível.
- O que aprendi com Cláudio L. Lucchesi: um orientador de doutorado deve saber lidar com gente, ter um lado analista.

# Por quê Cláudio L. Lucchesi tem tanto sucesso?

Como Cláudio L. Lucchesi consegue ter tanto sucesso em contextos tão variados?

# Por quê Cláudio L. Lucchesi tem tanto sucesso?

Como Cláudio L. Lucchesi consegue ter tanto sucesso em contextos tão variados?

“Cláudio is a resourceful person”

Daniel H. Younger



# Observando Cláudio L. Lucchesi

Lucchesi é uma pessoa:

# Observando Cláudio L. Lucchesi

Lucchesi é uma pessoa:

- apaixonada por pesquisa, programação e Teoria dos Grafos;

# Observando Cláudio L. Lucchesi

Lucchesi é uma pessoa:

- apaixonada por pesquisa, programação e Teoria dos Grafos;
- *workaholic*;

# Observando Cláudio L. Lucchesi

Lucchesi é uma pessoa:

- apaixonada por pesquisa, programação e Teoria dos Grafos;
- *workaholic*;
- movida a desafios;

# Observando Cláudio L. Lucchesi

Lucchesi é uma pessoa:

- apaixonada por pesquisa, programação e Teoria dos Grafos;
- *workaholic*;
- movida a desafios;
- com capacidade de observação e dedução extraordinárias;

# Observando Cláudio L. Lucchesi

Lucchesi é uma pessoa:

- apaixonada por pesquisa, programação e Teoria dos Grafos;
- *workaholic*;
- movida a desafios;
- com capacidade de observação e dedução extraordinárias;
- competente em tudo que faz;

Lucchesi é uma pessoa:

- apaixonada por pesquisa, programação e Teoria dos Grafos;
- *workaholic*;
- movida a desafios;
- com capacidade de observação e dedução extraordinárias;
- competente em tudo que faz;
- muito culta;

Lucchesi é uma pessoa:

- apaixonada por pesquisa, programação e Teoria dos Grafos;
- *workaholic*;
- movida a desafios;
- com capacidade de observação e dedução extraordinárias;
- competente em tudo que faz;
- muito culta;
- flexível na medida certa;



Lucchesi é uma pessoa:

- apaixonada por pesquisa, programação e Teoria dos Grafos;
- *workaholic*;
- movida a desafios;
- com capacidade de observação e dedução extraordinárias;
- competente em tudo que faz;
- muito culta;
- flexível na medida certa;
- de mente agitada;

Lucchesi é uma pessoa:

- apaixonada por pesquisa, programação e Teoria dos Grafos;
- *workaholic*;
- movida a desafios;
- com capacidade de observação e dedução extraordinárias;
- competente em tudo que faz;
- muito culta;
- flexível na medida certa;
- de mente agitada;
- intensa nos sentimentos;

Lucchesi é uma pessoa:

- apaixonada por pesquisa, programação e Teoria dos Grafos;
- *workaholic*;
- movida a desafios;
- com capacidade de observação e dedução extraordinárias;
- competente em tudo que faz;
- muito culta;
- flexível na medida certa;
- de mente agitada;
- intensa nos sentimentos;
- resiliente e otimista;

Lucchesi é uma pessoa:

- apaixonada por pesquisa, programação e Teoria dos Grafos;
- *workaholic*;
- movida a desafios;
- com capacidade de observação e dedução extraordinárias;
- competente em tudo que faz;
- muito culta;
- flexível na medida certa;
- de mente agitada;
- intensa nos sentimentos;
- resiliente e otimista;
- cheia de energia.

O que faz dele um grande resolvidor de problemas.

# Observando Cláudio L. Lucchesi

Lucchesi é uma pessoa:

# Observando Cláudio L. Lucchesi

Lucchesi é uma pessoa:

- generosa, que gosta de ensinar e orientar;

# Observando Cláudio L. Lucchesi

Lucchesi é uma pessoa:

- generosa, que gosta de ensinar e orientar;
- de absoluta retidão;

# Observando Cláudio L. Lucchesi

Lucchesi é uma pessoa:

- generosa, que gosta de ensinar e orientar;
- de absoluta retidão;
- de julgamento isento e baseado em mérito;



# Observando Cláudio L. Lucchesi

Lucchesi é uma pessoa:

- generosa, que gosta de ensinar e orientar;
- de absoluta retidão;
- de julgamento isento e baseado em mérito;
- muito verdadeira;

# Observando Cláudio L. Lucchesi

Lucchesi é uma pessoa:

- generosa, que gosta de ensinar e orientar;
- de absoluta retidão;
- de julgamento isento e baseado em mérito;
- muito verdadeira;
- de visão;

Lucchesi é uma pessoa:

- generosa, que gosta de ensinar e orientar;
- de absoluta retidão;
- de julgamento isento e baseado em mérito;
- muito verdadeira;
- de visão;
- segura e humilde;

Lucchesi é uma pessoa:

- generosa, que gosta de ensinar e orientar;
- de absoluta retidão;
- de julgamento isento e baseado em mérito;
- muito verdadeira;
- de visão;
- segura e humilde;
- de muita clareza;

Lucchesi é uma pessoa:

- generosa, que gosta de ensinar e orientar;
- de absoluta retidão;
- de julgamento isento e baseado em mérito;
- muito verdadeira;
- de visão;
- segura e humilde;
- de muita clareza;
- que gosta de provocar;

Lucchesi é uma pessoa:

- generosa, que gosta de ensinar e orientar;
- de absoluta retidão;
- de julgamento isento e baseado em mérito;
- muito verdadeira;
- de visão;
- segura e humilde;
- de muita clareza;
- que gosta de provocar;
- que dá muitas broncas;

Lucchesi é uma pessoa:

- generosa, que gosta de ensinar e orientar;
- de absoluta retidão;
- de julgamento isento e baseado em mérito;
- muito verdadeira;
- de visão;
- segura e humilde;
- de muita clareza;
- que gosta de provocar;
- que dá muitas broncas;
- que sempre tem bons conselhos para dar.

O que faz dele um excelente professor, orientador, conselheiro, pai e amigo.

# Frases de Sabedoria de Cláudio Lucchesi



- “Preguiçoso trabalha mais”

# Frases de Sabedoria de Cláudio Lucchesi

- “Preguiçoso trabalha mais”
- “Tem que subir a montanha”

# Frases de Sabedoria de Cláudio Lucchesi

- “Preguiçoso trabalha mais”
- “Tem que subir a montanha”
- “Tem que passar o recibo”

# Frases de Sabedoria de Cláudio Lucchesi

- “Preguiçoso trabalha mais”
- “Tem que subir a montanha”
- “Tem que passar o recibo”
- “Toda tarefa leva o tempo a ela atribuído”

# Frases de Sabedoria de Cláudio Lucchesi

- “Preguiçoso trabalha mais”
- “Tem que subir a montanha”
- “Tem que passar o recibo”
- “Toda tarefa leva o tempo a ela atribuído”
- “Se o hardware é bom, o software a gente trabalha”

# Frases de Sabedoria de Cláudio Lucchesi

- “Preguiçoso trabalha mais”
- “Tem que subir a montanha”
- “Tem que passar o recibo”
- “Toda tarefa leva o tempo a ela atribuído”
- “Se o hardware é bom, o software a gente trabalha”
- “A melhor coisa do mundo é provar teorema (ou programar) bêbado. Nada parece ser problema, você dorme feliz e só no dia seguinte percebe os furos”

# Frases de Sabedoria de Cláudio Lucchesi

# Frases de Sabedoria de Cláudio Lucchesi

- “Minha mãe sempre dizia: Meu filho, não se coloque para baixo, deixe que o mundo já faz isso por você”



# Frases de Sabedoria de Cláudio Lucchesi

- “Minha mãe sempre dizia: Meu filho, não se coloque para baixo, deixe que o mundo já faz isso por você”
- “Minha mãe sempre dizia: Meu filho, cuidado com as mulheres, elas vão tentar se aproveitar de você”

# Frases de Sabedoria de Cláudio Lucchesi

- “Minha mãe sempre dizia: Meu filho, não se coloque para baixo, deixe que o mundo já faz isso por você”
- “Minha mãe sempre dizia: Meu filho, cuidado com as mulheres, elas vão tentar se aproveitar de você”
- “Deus é justo: mulher bonita e inteligente tem que ser muito neurótica”

# Frases de Sabedoria de Cláudio Lucchesi

- “Minha mãe sempre dizia: Meu filho, não se coloque para baixo, deixe que o mundo já faz isso por você”
- “Minha mãe sempre dizia: Meu filho, cuidado com as mulheres, elas vão tentar se aproveitar de você”
- “Deus é justo: mulher bonita e inteligente tem que ser muito neurótica”
- “Uma pessoa muito normal em geral não é alguém com quem valha a pena conviver”

# É possível se tornar Cláudio Lucchesi?

- É possível aprender a ser como Cláudio Lucchesi?

# É possível se tornar Cláudio Lucchesi?

- É possível aprender a ser como Cláudio Lucchesi?
- Acho que não :-)

# É possível se tornar Cláudio Lucchesi?

- É possível aprender a ser como Cláudio Lucchesi?
- Acho que não :-)
- Para quê então evoluir se a meta é inatingível?

# É possível se tornar Cláudio Lucchesi?

- É possível aprender a ser como Cláudio Lucchesi?
- Acho que não :-)
- Para quê então evoluir se a meta é inatingível?
- 10% de um sucesso estrondoso ainda é muito sucesso! Essa é a meta! :-)

# Se todos fossem iguais a você...

Se todos fossem iguais a você  
Que maravilha viver!

...

Existiria a verdade  
Verdade que ninguém vê  
Se todos fossem no mundo iguais a você!

Tom Jobim e Vinícius de Moraes

Que os sucessos continuem nos próximos 70 anos!