

NÚMEROS

Antonio Carlos Brolezzi

www.ime.usp.br/~brolezzi
brolezzi@usp.br

Números

Devem ter sido necessárias muitas eras para perceber que um casal de faisões e um par de dias eram ambos exemplos do número dois.

Russell

A medida nos vem da própria origem do algarismo e da ideia de contagem.

Moles

(...) Não existe, no entanto, uma distinção cognitiva entre "contar", e "medir", e a relação entre ambos requer um estudo mais profundo.

Crump

De onde vem a ideia de número?

Principalmente das atividades de contar e medir.

Contar e medir são operações através das quais se constrói a ideia de número, e que portanto é conveniente trabalhar a compreensão da relação entre o discreto e o contínuo para entender o que são números.

É muito comum encontrar explicações para a origem dos números com referência apenas à *contagem*.



Livros didáticos, por exemplo, têm trazido explicações históricas valorizando a versão de que os números teriam surgido apenas através da comparação entre um grupo de objetos, como pedras, com outro grupo de objetos que se quer contar, em geral ovelhas.

Identificam-se, nessa versão, a ideia de *contar* com a ideia de *número*.

“Num determinado momento da História, os homens sentiram necessidade de contar objetos, animais, pessoas, etc. Essa necessidade fez com que inventassem uma forma de representar essas contagens.

Para o homem primitivo, contar significava fazer correspondência.

Durante a caçada, por exemplo, para cada animal que conseguia abater, o caçador fazia uma marca em um pedaço de madeira.(...)

O homem primitivo contava dessa forma, estabelecendo uma correspondência entre os elementos de dois conjuntos.(...)”

Essa associação entre a contagem e a correspondência um-a-um dá ao número um caráter discreto.

Mas números é muito mais que isso...

O que é número?

Número é uma entidade matemática utilizada para codificar, contar e medir.

O que é contar? Vários sentidos:

dizer os números

ela já sabe contar

calcular o valor ou quantidade

contar o número de pessoas

contar o dinheiro

narrar algo

contar o que se passou

contar uma história

medir, marcar

contar o tempo que falta para partir.



O que é medir?

tirar as dimensões

medir um terreno

avaliar, calcular

medir as consequências

pensar, ter cuidado

meça as suas palavras!

comparar-se a alguém

medir-se com o adversário.

O que é codificar?

impedir ou dificultar a leitura ou veiculação de informações

codificar o filme em um DVD

reunir, agrupar, sistematizar

código florestal

converter (mensagens) para determinado código

código morse

criar um número que representa uma identidade

CPF, conta-corrente, código de barras, número do celular

Para contar, medir e codificar, entram em jogo as duas faces dos números

Para contar, medir e codificar, entram em jogo as duas faces dos números

As duas faces do número:

Discreto e contínuo

O QUE É DISCRETO?

De modo geral, *discreto* é aquilo que exprime objetos distintos, que se revela por sinais separados, que se põe à parte.

Vem do latim *discretus*, particípio passado do verbo *discernere* (discernir), que significa discriminar, separar, distinguir, ver claro.

Etimologicamente, *discernere* vem de *cernere*, que quer dizer passar pelo crivo, joeirar, decidir.

Da mesma fonte derivam as palavras segredo, secreto, certo, discrição.

O QUE É DISCRETO?

Desse sentido de ser separado, distinto, vem o uso de discreto referindo-se a quem sabe guardar um segredo, é prudente, circunspecto, recatado, modesto, não se faz sentir com intensidade, é pequeno.

Grandezas discretas são contáveis, que são objeto de contagem, como o número de livros em uma prateleira.





O QUE É CONTÍNUO?

Já contínuo vem de *con-tenere* (ter junto, manter unido, segurar).

Contínuo é o que está imediatamente unido a outra coisa.

Da mesma origem vem conter, conteúdo, continente, contente (o que cabe em si, e não cobiça alargar-se).

Contínuo designa também o funcionário que presta assistência contínua ao chefe

O QUE É CONTÍNUO?

Certo tipo de grandezas é formado por aquelas quantidades que são passíveis de medida, como nossa altura.





Relação sutil entre discreto e contínuo:

“Preste atenção na cigarra cantando entre as árvores: primeiro se ouve uma série de notas precisamente definidas e claramente separadas, acelerando lentamente.

Então, na medida em que o trinado ganha força, sente-se que as notas lentamente unem-se umas as outras; mas ainda cada trinado pode ser individualizado como parte elementar de um canto de flauta.

Por fim, repentinamente, deparamo-nos com uma nota contínua que é o clímax do canto da cigarra até seu final.

Canto da cigarra:

<https://www.youtube.com/watch?v=8887Hfphv70>

Agora observe o mar quando quebra na praia. Cada onda toma volume, precipita-se, e desaparece na areia. Podemos separar regularmente cada onda daquelas que a precederam e daquelas que a seguirão, e ainda cada onda individual é parte do contínuo do mar. Assim é, em nossa experiência do dia-a-dia, a relação entre a continuidade e a ideia do discreto: às vezes a experiência da continuidade subjaz à do discreto e às vezes o discreto leva ao contínuo.

Sua relação é uma relação entre parceiros iguais.”

Newton da Costa – matemático, lógico e filósofo

Onda do mar: <https://www.youtube.com/watch?v=JAC-hluveR4>

Medir é comparar uma grandeza com uma outra, de mesma natureza, tomada como padrão.

Ou seja, medir é contar quantas vezes uma grandeza, considerada como padrão, “cabe” em outra.

Já contar... é dizer quantas unidades tem determinada quantidade. Ou seja, medir essa grandeza em termos de unidades.



Relação entre
contar e medir –
entre discreto e
contínuo.

Contar e medir na origem dos números

A ideia de medida está associada à ideia de ordem. O cerne da ideia de ordem está na *comparação* entre duas quantidades ou medidas *diferentes*, de modo a estabelecer uma ordem entre elas: maior ou menor tamanho, primeiro, segundo e terceiro lugar, etc.

Visando uma comparação de tamanho ou uma ordenação, é necessário constatar que alguma grandeza ou grupo de objetos é *diferente* de outro em termos de quantidade.

Essa comparação das *diferenças* parece estar muito próxima da origem dos números, e sem referência a ela fica difícil explicar como o homem chegou à ideia, bem mais sofisticada, de *comparação por igualdade* numérica entre conjuntos.

O homem teria, assim, se deparado muito cedo com a noção de *maior e menor*, de *antes e depois* (em ordem crescente ou decrescente), e através disso começou a comparar conjuntos com quantidades idênticas. É nesse sentido que podemos afirmar que o duplo aspecto da *contagem* e da *medida* está presente desde a origem da ideia de número. Um aspecto da realidade auxilia o outro, e não há uma relação de antecedência clara para nenhum deles.

Estudos antropológicos sobre a origem dos números constatam desde o início essa dualidade dos *números discretos* e da *medida contínua*, sem a qual não teria havido evolução da Matemática.

Crump, por exemplo, em sua obra *A Antropologia dos Números*, dedica um primeiro capítulo - *A Ontologia do Número* - ao estudo das características presentes em diversas linguagens numéricas primitivas dos componentes *ordinal* e *cardinal* da noção de número. No Capítulo Seis - *Medição, Comparação e Equivalência* -, comenta os diversos usos numéricos em medidas, analisando a linguagem de tribos indígenas e a cultura de povos primitivos.

Os estudos de Crump mostram essa pluralidade de utilização primitiva das noções numéricas, indo além dos cardinais. O homem primitivo *tanto contava quanto media*, e podemos dizer que não fazia uma coisa sem fazer também a outra.

Crump busca a origem dos números nas linguagens referentes às medidas (cap. 6), ao tempo (cap. 7), à música (cap. 8). Os números não surgem só como inteiros, mas através de uma rede conceitual formada pelo seu uso para lidar com trocas, para o reconhecimento da dança e do ritmo, nos jogos, nas leis e costumes sociais, nas artes e na arquitetura, nas abordagens religiosas e nas visões cosmológicas, nas tentativas de descrição da vida e dos objetos. Em muitos desses empregos da noção numérica, a ideia de *ordenação* parece estar bem próxima da origem do número, e não só a ideia de correspondência um-a-um.

Segundo Crump,
agrupar conjuntos segundo uma equivalência numérica não constitui necessariamente uma parte integrante de toda cultura que use números.

É possível, inclusive, que os números *ordinais* tenham surgido antes dos *cardinais*. Afinal, os números ordinais são originalmente *adjetivos*, e mais próximos portanto dos objetos a que se referem, pois os cardinais são *substantivos*, e supõem uma certa “existência independente”. Desse modo, parece mais natural que o homem fizesse primeiro uma referência à ordenação de objetos, antes de contá-los e, evidentemente, antes de se ter uma ideia de que houvesse uma *quantidade abstrata numérica* com existência independente, sem referência direta aos objetos que se desejem contar.

Crump mostra que basta uma noção geral de medida para desenvolver a noção de número, e faz referência aos Ponan, tribo de Papúa-Nova Guiné estudada por Lancy, que possuem um bom discernimento numérico cardinal, enquanto que em termos de ordinais só trabalhem com noções gerais como “*primeiro-intermediário-último*”.



É preciso pesquisar as primeiras descobertas numéricas não só nos vestígios de objetos ou inscrições, mas no estudo das linguagens faladas, verdadeiro berço das concepções numéricas. Afinal, antes mesmo de haver registros de símbolos numéricos, parece lógico que o homem utilizasse noções quantitativas oralmente.

Teria sido talvez na utilização da linguagem que nasceu a Matemática, como prova o interesse de estudos antropológicos pela análise das línguas indígenas, testemunhas de um possível período oral, anterior ao registro pictográfico.

O fato de a oralidade anteceder o desenho ou a escrita na manifestação da linguagem humana leva-nos a tentar descobrir nos numerais falados de tribos indígenas indícios a respeito dos usos primitivos de noções numéricas. É na utilização da linguagem, e não na manipulação de pedrinhas ou na confecção de traços, que parece estar a fonte do conhecimento sobre a verdadeira origem histórica dos Números.

Nos numerais falados encontramos vestígios muito interessantes sobre a estreita relação da dualidade contagem/medida.

Trata-se da aplicação da noção de *muitos* a grandezas iguais ou maiores que três, fato que se dá em diversas línguas indígenas. É interessante também que algumas tribos contam até mais que três, utilizando combinações dos números iniciais, como no caso dos Tamanacs de Orinoco:

a

oa

ua

oa-oa

oa-oa-a

oa-oa-oa

...

O *destaque* dado ao número três e a sua não-utilização posterior para formar os demais algarismos faz supor que houve um estágio anterior em que a linguagem abarcava somente o *um* e o *dois*. O conceito de **ua** (três) representava tudo o que viesse a partir daí. Somente em uma evolução posterior da linguagem, teriam começado a ser usados **a** (um) e **oa** (dois), noções mais fáceis de manipular, para formar números maiores. O *três*, entretanto, deixa de ser utilizado nessas combinações, pois talvez fosse de difícil manipulação prática, e por ter se impregnado desse aspecto de *número grande demais*.

Nas próprias línguas modernas encontramos o mesmo tipo de "tratamento diferenciado" ao número *três*, muitas vezes revelando sua associação direta com a noção de *muitos*.

É o caso por exemplo da língua francesa, na qual *trois* (três) e *très* (muito) têm a mesma origem. Ou do inglês, em que *three* (três), *throng* (multidão) e *through* (através) têm a mesma raiz etimológica. Outras línguas latinas também possuem uma origem comum para o *três* e o *trans*, este último com sentido de *transcender*, *ultrapassar*, *ir além...* Ifrah diz que alguns povos indígenas apontavam para os cabelos da cabeça para referir-se a quantidades maiores que dois, indicando que eram tão difíceis de medir quanto o número de fios em uma cabeleira. Segundo Ifrah, *Desde a noite dos tempos o número 3 foi, assim, sinônimo de pluralidade, de multidão, de amontoado, de além, e constituiu, conseqüentemente, uma espécie de limite impossível de conceber ou precisar.*

A medida é pelo menos tão antiga quanto a contagem.

Os aspectos contínuos da realidade teriam sido trabalhados pelo homem desde o início, tornando-se parte de sua linguagem e de sua forma de pensar. Somente muito mais tarde é que o homem começou a *associar elementos de conjuntos*, tomando-os em correspondência um-a-um, discriminando a realidade numérica, em uma etapa posterior de evolução.

O homem teria, portanto, começado a tratar os números aplicando-os a medidas tanto quanto a contagens.

E assim surgiram os primeiros símbolos numéricos.