

Universidade de São Paulo
Instituto de Matemática e Estatística

Disciplina:

MAT1513 - Laboratório de Matemática

Prof. Antonio Carlos Brolezzi

www.ime.usp.br/~brolezzi brolezzi@usp.br

Aula 2

Fazer ligação entre elementos distintos é função da lógica.

A Lógica se restringe a uma análise muito específica da linguagem, enfocando apenas seu aspecto de *coerência*, ou seja, a concordância de uma afirmação com outras que a precedem. Dado um fato, o que é permitido concluir dele?

Se o texto diz que Galdalf ajudou Bilbo a descer do arbusto espinhoso, então a Lógica permite concluir que Bilbo antes estava lá em cima. Mas nada se pode afirmar com segurança sobre o *modo* como Bilbo chegou lá: se subiu por si mesmo ou se, por exemplo, foi chutado para cima por um troll.

No curso de Licenciatura em Matemática do IME-USP há uma disciplina optativa eletiva indicada para o 7º período ideal chamada

MAT0349 - Introdução à Lógica.

Aqui faremos apenas uma breve introdução sobre as proposições condicionais, a fim de entender melhor o que é uma demonstração matemática.

A Lógica necessária para a maioria das demonstrações matemáticas pode ser simplificada para o estudo dessas *sentenças* ou *proposições condicionais*, isto é, aquelas que podem ser expressas da forma:

Se a, então b.

onde **a** e **b** são frases que possuem a propriedade de ser verdadeiras ou falsas.

Numa proposição condicional, há uma *condição*, ou seja, um fato prévio, e uma *conclusão*, que decorre da condição.

Também podemos chamar a condição de *hipótese*, e a conclusão de *tese*.

Assim, o texto nos permite chegar à seguinte conclusão com respeito a Galdalf e a árvore:

Se Galdalf saiu de trás de uma árvore,
então antes ele estava atrás dela.

Mas nada podemos afirmar sobre o que Gandalf estava fazendo atrás da árvore, se estava escondido, ou simplesmente se passou por trás dela.

A Lógica nos diz, portanto, o que é seguro afirmar. O resto são suposições que o breve trecho considerado não nos permite verificar, como por exemplo o número de anões, a natureza dos trolls, etc.

Para nós, agora, o que interessa é que saibamos reduzir nossas idéias a sentenças condicionais do tipo "se-então".

Por exemplo, a afirmação:

Todo hobbit tem pé peludo.

pode ser escrita como:

Se você é um hobbit, então você tem pé peludo.

É claro que uso sujeito "você" pode fazer perder a generalidade universal da sentença original.

Mas isso não nos deve perturbar, uma vez que apenas queremos expressar a *implicação* da idéia de **ser um hobbit** na idéia de **ter pé peludo**. Portanto, tanto faz, para nós, aqui, dizer:

"Se eu sou um hobbit, então eu tenho pé peludo",

ou dizer:

"Se Alfredo é um Hobbit, então Alfredo tem pé peludo".

Basta que a estrutura seja do tipo:

"Se é um hobbit, então tem pé peludo".

1. (forms) Escreva na forma "se-então" expressando o sentido da frase:

a. Todo homem é mortal.

b. Quem estuda, passa de ano.

c. Quem não tem cão, caça com gato.

d. Os elefantes não esquecem.

e. Nenhum professor mora em Marte.

Diagramas de Euler

Tratam-se de uns esquemas que Euler desenvolveu com o objetivo de explicar Lógica a uma Princesa da Alemanha com a qual se correspondia, uma vez que estes diagramas aparecem pela primeira vez em suas cartas.

Um diagrama de Euler consiste em geral de duas regiões, uma dentro da outra, de modo que a menor representa o universo compreendido pela hipótese da proposição condicional e a maior pela sua conclusão.

Por exemplo, a proposição

Se você mora no Instituto Butantã, então você mora em São Paulo.

pode ser expressa pelo seguinte diagrama.

Se você mora no Instituto Butantã, então você mora em São Paulo.

pode ser expressa pelo seguinte diagrama:



2. Escreva uma proposição condicional que possa ser representada por este diagrama de Euler:



3. (forms) Desenhe diagramas de Euler para representar a proposição:

A. Se você está com sede, então pede uma Coca-Cola.

e um segundo diagrama de Euler para representar a proposição:

B. Se você pede uma Coca-Cola, então está com sede.

4. Qual dos diagramas de Euler, A ou B, também ilustra a sentença abaixo?

Se você não está com sede, então não pede uma Coca-Cola.

A.



B.



Um autor que procurou popularizar a Lógica foi um professor de Lógica de Oxford, chamado Charles Lutwidge Dodgson, viria a tornar-se famoso através de seu pseudônimo Lewis Carroll.

Foi um criador de exemplos e exercícios que se tornaram clássicos, e que aparecem não só em suas obras de Lógica, como *Symbolic Logic* ou *The Game of Logic*, mas também nas aventuras de Alice.



CKs

`Then **you should say what you mean**,' the March Hare went on

`I do,' Alice hastily replied; `at least -- at least **I mean what I say** -- that's the same thing, you know.'

`Not the same thing a bit!' said the Hatter. `Why, you might just as well say that "**I see what I eat**" is the same thing as "**I eat what I see**!"

`You might just as well say,' added the March Hare, `that "**I like what I get**" is the same thing as "**I get what I like**!"

`You might just as well say,' added the Dormouse, which seemed to be talking in its sleep, `that "**I breathe when I sleep**" is the same thing as "**I sleep when I breathe**!"

`**It is the same thing with you**,' said the Hatter, and here the conversation dropped, and the party sat silent for a minute (...)

Uma tradução possível:

"Então você pode dizer o que acha", a Lebre de Março continuou.

"E vou", Alice replicou rapidamente, "pelo menos – pelo menos, **eu acho o que digo** – o que é a mesma coisa, você sabe."

"Não é a mesma coisa nem um pouco!", disse o Chapeleiro.

"Senão você também poderia dizer", completou a Lebre de Março, "que **'Eu gosto daquilo que tenho'** é a mesma coisa que **'Eu tenho aquilo que gosto.'**"



"Seria o mesmo que dizer",
interrompeu o Leirão, que parecia
estar falando enquanto dormia,
"que **'Eu respiro enquanto durmo'**
é a mesma coisa que **'Eu durmo
enquanto respiro!'**"
"Isso é a mesma coisa para
você", disse o Chapeleiro, e nesse
ponto a conversa parou e a reunião
ficou em silêncio por um minuto.



<<http://www.alfredo-braga.pro.br/biblioteca/alice.html>>

Tradução: Clélia Ramos

O texto acima mostra que *nem sempre a recíproca é verdadeira.*

Abaixo segue-se uma tabela com as diferentes relações lógicas entre proposições:

<i>Proposição inicial:</i>	Se a, então b.
<i>Contrapositiva:</i>	Se não b, então não a.
<i>Recíproca:</i>	Se b, então a.
<i>Inversa:</i>	Se não a, então não b.

Nos exercícios 1, 2 e 3, Identifique as proposições dadas como contrapositivas, recíprocas ou inversas da sentença original, dizendo também quais delas são logicamente equivalentes à sentença original.

1. *Se sou carioca, então sou brasileiro.*
 - a. Se não sou brasileiro, então não sou carioca.
 - b. Se sou brasileiro, então sou carioca.
 - c. Se não sou carioca, então não sou brasileiro.

Nos exercícios 1, 2 e 3, Identifique as proposições dadas como contrapositivas, recíprocas ou inversas da sentença original, dizendo também quais delas são logicamente equivalentes à sentença original.

2. *Se tenho pressa, então não vou de ônibus.*

a. Se não tenho pressa, então vou de ônibus.

b. Se vou de ônibus, então não tenho pressa.

c. Se não vou de ônibus, então tenho pressa.

3. *Todo mineiro gosta de queijo.*

a. Quem gosta de queijo é mineiro.

b. Se Chico não é mineiro então ele não gosta de queijo.

c. Se você não gosta de queijo, então você não é de Minas.

4. (forms) Escreva a recíproca, a inversa e a contrapositiva da proposição dada, identificando aquela que concorda com a original:

*Se você é um piloto de caça,
então você não tem problema na vista.*

- a. Recíproca
- b. Inversa
- c. Contrapositiva