

USP - Instituto de Física - 2020

MAT1351 - Cálculo para Funções de Uma Variável Real I

Prova SUB 2

Justifique suas respostas.

1. Considere a função $f(x) = \cos x$.

a) (1,0 p.) Faça um esboço do gráfico da função $g(x) = 2f\left(\frac{\pi x}{2}\right)$.

b) (1,0 p.) Faça um esboço do gráfico de $y = |g(x - 1)|$.

2. Considere a função g do exercício anterior.

a) (1,0 p.) Obtenha a expressão para $h(x) = g^{-1}$ (caso g não seja invertível, estabeleça uma restrição de domínio de modo que f seja invertível). Qual o domínio e a imagem de $h(x)$?

c) (1,0 p.) Esboce o gráfico de g (em seu domínio restrito) e de $h(x)$ no mesmo plano cartesiano.

3. Considere as funções g e h do exercício anterior.

a) (1,0 p.) Expresse $g'(x)$ e esboce seu gráfico.

b) (1,0 p.) Expresse $h'(x)$ e esboce seu gráfico.

4. (2,0 p.) As derivadas à esquerda e à direita de f em a são definidas por

$$f'_-(a) = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

e

$$f'_+(a) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

se esses limites existirem.

Então $f'(a)$ existe se, e somente se, essas derivadas unilaterais existirem e forem iguais.

Use as derivadas laterais para mostrar que a função $f(x) = \operatorname{sen}|x|$ não é diferenciável em $x=0$.

5. (2 p.) Obtenha as equações das retas tangentes à curva $x^2 + xy + y^2 = 3$ quando ela cruza o eixo y .