

Números e grandezas 3

Antonio Carlos Brolezzi

brolezzi@ime.usp.br

Pense em um número muito pequeno que seja possível de representar usando os dedos das mãos de todos os alunos de sua classe.

Prefixos do SI

10^n	Prefixo	Símbolo ^[1]	Escala curta	Equivalente decimal
10^0	<i>nenhum</i>	<i>nenhum</i>	Unidade	1
10^{-1}	deci	d	Décimo	0,1
10^{-2}	centi	c	Centésimo	0,01
10^{-3}	mili	m	Milésimo	0,001
10^{-6}	micro	μ (mu)	Milionésimo	0,000 001
10^{-9}	nano	n	Bilionésimo	0,000 000 001
10^{-12}	pico	p	Trilionésimo	0,000 000 000 001
10^{-15}	femto (fento ^[2])	f	Quadrilionésimo	0,000 000 000 000 001
10^{-18}	atto (ato ^[2])	a	Quintilionésimo	0,000 000 000 000 000 001
10^{-21}	zepto	z	Sextilionésimo	0,000 000 000 000 000 000 001
10^{-24}	yocto (iocto ^[2])	y	Septilionésimo	0,000 000 000 000 000 000 000 001

A partir daí, seguem-se frações de *yocto*.

Número bem pequeno que 28 alunos conseguem representar com as mãos.



Um milésimo de yocto.

Se a distância entre a Terra e o Sol fosse de 1 cm, qual seria a distância entre a Terra e a estrela mais próxima além do Sol?

Além do Sol, qual a distância da estrela mais próxima?

A estrela mais próxima de Terra depois do Sol é Próxima Centauri.

Ela está a uma distância de 40 trilhões de quilômetros (40.000.000.000.000 km) da Terra.

A distância média da Terra ao Sol é de 149.600.000 km.

$$\begin{array}{r}
 1 \text{ cm} \text{ -----} \quad 149.600.000 \text{ km} \\
 x \text{ -----} \quad 40.000.000.000.000 \text{ km}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \frac{1}{100\,000} \text{ km} \text{ -----} \quad 149.600.000 \text{ km} \\
 x \text{ -----} \quad 40.000.000.000.000 \text{ km}
 \end{array}$$

$$x = \frac{\frac{1}{100\,000} \times 40.000.000.000.000}{149.600.000}$$

$$x = \frac{400.000.000}{149.600.000} = \frac{4000}{1496} \cong 2,67 \text{ km} = 2670 \text{ m}$$

Prefixos do SI

1000^m	10^n	Prefixo	Símbolo	Desde ^[3]	Escala curta	Escala longa	Equivalente decimal
1000^8	10^{24}	yotta (iota ^[2])	Y	1991	Septilhão	Quadrião	1 000 000 000 000 000 000 000 000 000
1000^7	10^{21}	zetta (zeta ^[2])	Z	1991	Sextilhão	Milhar de trilhão	1 000 000 000 000 000 000 000 000
1000^6	10^{18}	exa	E	1975	Quintilhão	Trilhão	1 000 000 000 000 000 000 000
1000^5	10^{15}	peta	P	1975	Quadrião	Milhar de bilião	1 000 000 000 000 000 000
1000^4	10^{12}	tera	T	1960	Trilhão	Bilião	1 000 000 000 000
1000^3	10^9	giga	G	1960	Bilhão	Milhar de milhão	1 000 000 000
1000^2	10^6	mega	M	1960	Milhão	Milhão	1 000 000
1000^1	10^3	quilo	k	1795	Milhar	Milhar	1 000
$1000^{2/3}$	10^2	hecto	h	1795	Centena	Centena	100
$1000^{1/3}$	10^1	deca	da	1795	Dezena	Dezena	10
1000^0	10^0	<i>nenhum</i>	<i>nenhum</i>		Unidade	Unidade	1
$1000^{-1/3}$	10^{-1}	deci	d	1795	Décimo	Décimo	0,1
$1000^{-2/3}$	10^{-2}	centi	c	1795	Centésimo	Centésimo	0,01
1000^{-1}	10^{-3}	mili	m	1795	Milésimo	Milésimo	0,001
1000^{-2}	10^{-6}	micro	μ (mu)	1960	Milionésimo	Milionésimo	0,000 001
1000^{-3}	10^{-9}	nano	n	1960	Bilionésimo	Milésimo de milionésimo	0,000 000 001
1000^{-4}	10^{-12}	pico	p	1960	Trilionésimo	Bilionésimo	0,000 000 000 001
1000^{-5}	10^{-15}	femto (fento ^[2])	f	1964	Quadrilionésimo	Milésimo de bilionésimo	0,000 000 000 000 001
1000^{-6}	10^{-18}	atto (ato ^[2])	a	1964	Quintilionésimo	Trilionésimo	0,000 000 000 000 000 001
1000^{-7}	10^{-21}	zepto	z	1991	Sextilionésimo	Milésimo de trilionésimo	0,000 000 000 000 000 000 001
1000^{-8}	10^{-24}	yocto (iocto ^[2])	y	1991	Septilionésimo	Quadrilionésimo	0,000 000 000 000 000 000 000 001

1. Em Portugal.

2. O sistema métrico foi introduzido em 1795 com seis prefixos. As outras datas estão relacionadas ao reconhecimento pela resolução da Conferência Geral de Pesos e Medidas (CGPM).

Prefixos do SI

10^n	Prefixo	Símbolo ^[1]	Escala curta	Equivalente decimal
10^{24}	yotta (iota ^[2])	Y	Septilhão	1 000 000 000 000 000 000 000 000 000
10^{21}	zetta (zeta ^[2])	Z	Sextilhão	1 000 000 000 000 000 000 000 000
10^{18}	exa	E	Quintilhão	1 000 000 000 000 000 000 000
10^{15}	peta	P	Quadriilhão	1 000 000 000 000 000
10^{12}	tera	T	Trilhão	1 000 000 000 000
10^9	giga	G	Bilhão	1 000 000 000
10^6	mega	M	Milhão	1 000 000
10^3	quilo	k	Milhar	1 000
10^2	hecto	h	Centena	100
10^1	deca	da	Dezena	10
10^0	<i>nenhum</i>	<i>nenhum</i>	Unidade	1

<http://htwins.net/scale2/>

Minhoca gigante



Metro (m)
 10^0 metros



1 m



Humano



Dodô



Raflesia



Bola de praia

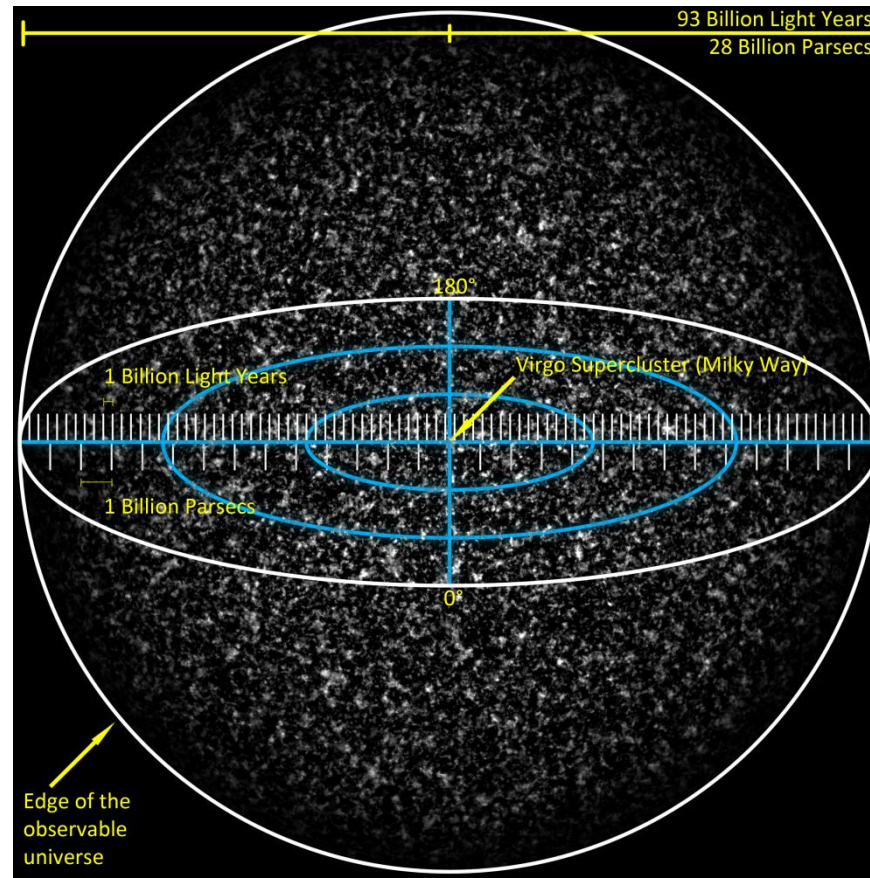
$10^{0.0}$

Qual o tamanho do Universo?

Os astrônomos mediram a idade do Universo em aproximadamente 13,8 bilhões anos.

Por causa da conexão entre a distância e a velocidade da luz, isso significa que eles podem olhar para uma região do espaço que se encontra 13,8 bilhões de anos-luz de distância.

Podemos observar 13,8 bilhões de anos-luz em todas as direções , o que coloca a Terra dentro de uma esfera observável com um raio de 13,8 bilhões de anos-luz.



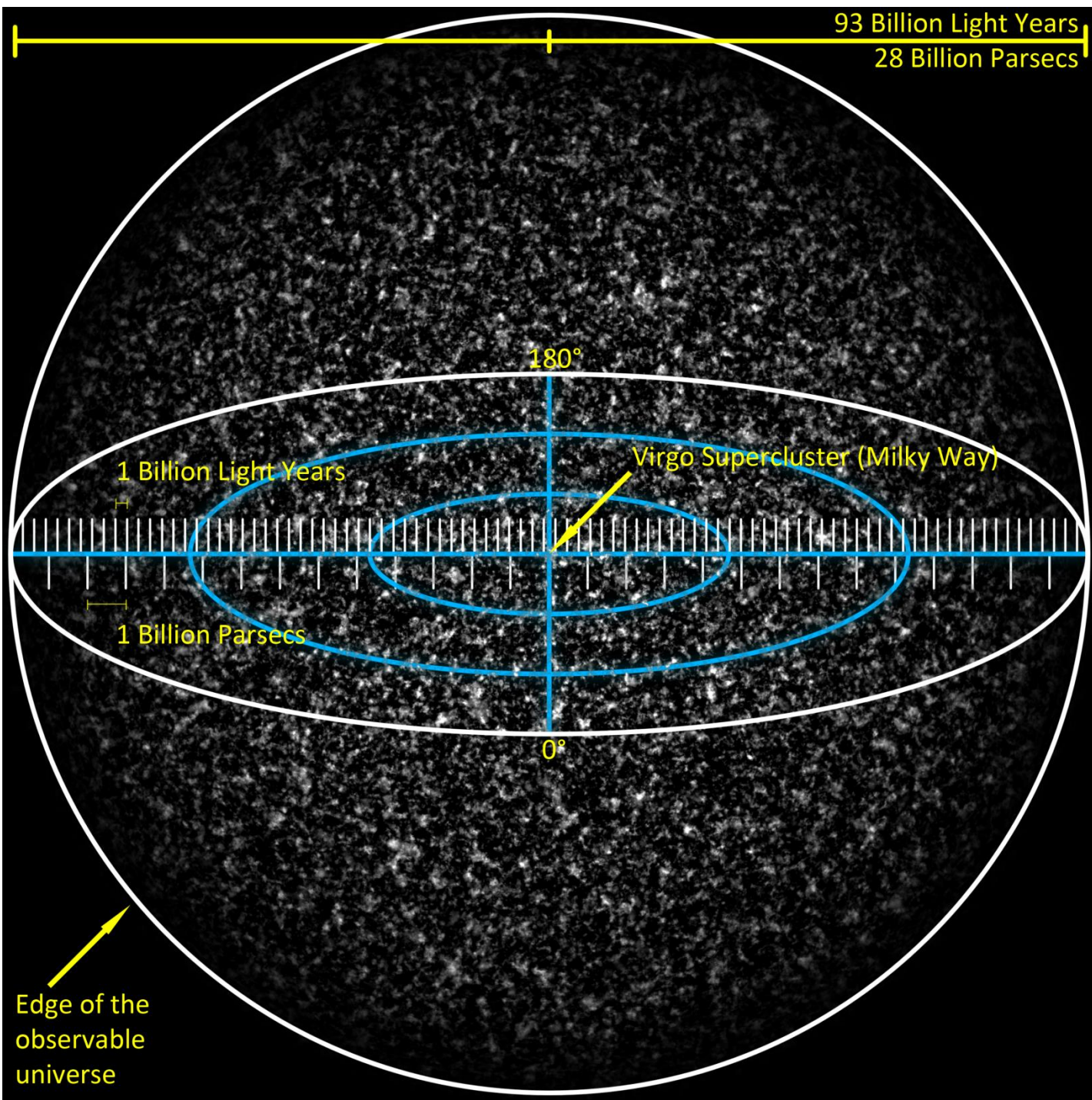
A palavra " observável " é a chave ; a esfera limita o que podemos ver, mas não o que está lá .

Mas, embora a esfera aparece quase 28 bilhões de anos-luz de diâmetro , é muito maior.

Ocorre que o universo está se expandindo.

Assim, enquanto vemos um local que estava 13,8 bilhões de anos-luz da Terra , no momento do Big Bang , o universo continuou a se expandir ao longo de sua vida.

Hoje, esse mesmo ponto é 46,5 bilhões de anos-luz de distância , fazendo com que o diâmetro do universo observável uma esfera em torno de 93 bilhões de anos-luz .



93 Billion Light Years
28 Billion Parsecs

180°

1 Billion Light Years

Virgo Supercluster (Milky Way)

1 Billion Parsecs

0°

Edge of the
observable
universe

As medidas astronômicas são importantes para a Matemática, pois ajudam a ter noção de escala. As distâncias dos planetas do sistema solar em escala: https://www.youtube.com/watch?v=6umWxt_oq2c



E veja, a 100 metros, nossa Terra

No universo observável, os astrônomos estimam que haja cerca de 2 trilhões de galáxias.

Se fossemos dividir as galáxias entre nós, quantas galáxias daria para cada para cada ser humano na terra?



<https://www.worldometers.info/br/>





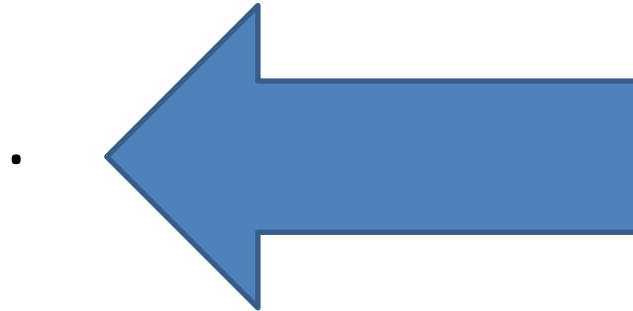
Se cada galáxia tem em média 100 000 000 000 (cem bilhões) de estrelas, quantas estrelas, proporcionalmente, há para cada ser humano?

Para os que acham pouco, é interessante pensar que as estrelas são bem maiores que nosso Sol...

Star Size Comparison:

<https://www.youtube.com/watch?v=HEheh1BH34Q>

Pense em um pontinho de 0,1 mm de diâmetro – a menor coisa que a vista humana consegue enxergar



Se esse ponto fosse ampliado para o tamanho do universo conhecido, então o correspondente pontinho (o pontinho do pontinho...) é simplesmente a menor unidade de medida já estudada.

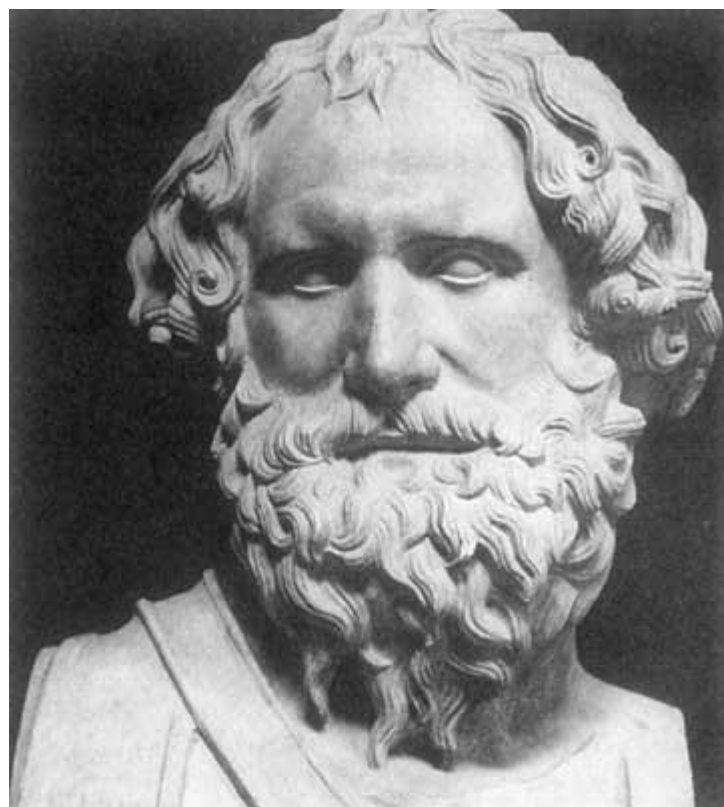
Essa menor unidade de medida é o comprimento de Planck (proposto por Max Planck)

Comprimento de Planck é um espaço de

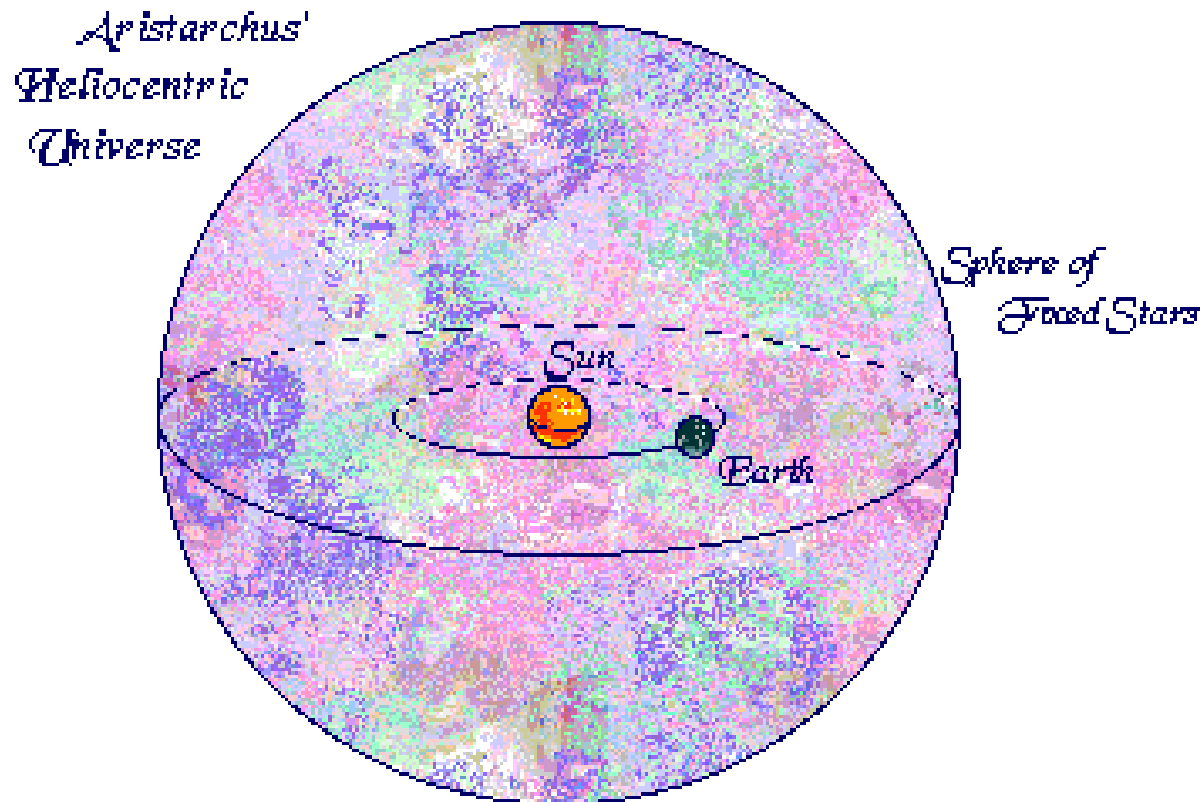
$$1,6 \times 10^{-35} \text{ m}$$

e corresponde à distância que a luz percorre no vácuo durante um **tempo de Planck** da ordem de 10^{-43} segundos.

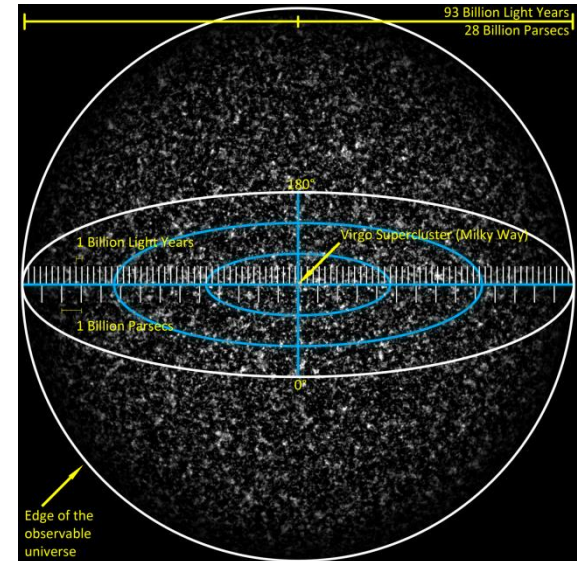
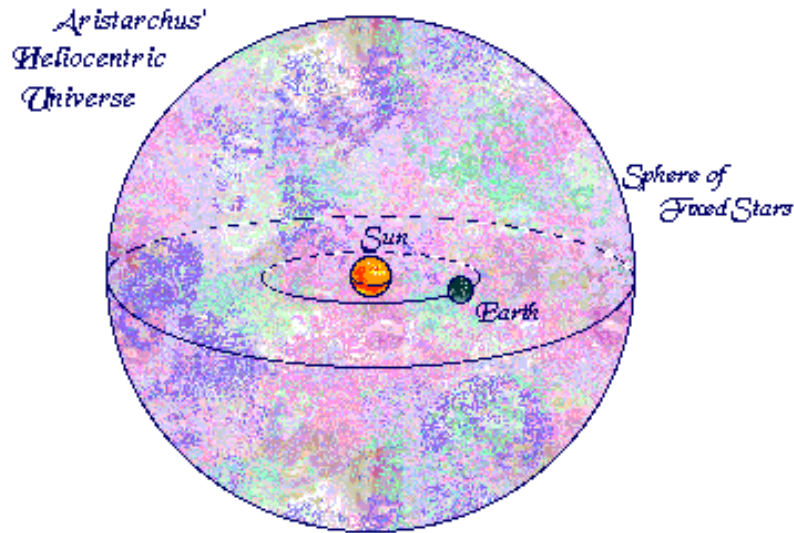
Arquimedes de Siracusa
pensou em como poderia
preencher o Universo de
areia – seriam
necessários, pelas suas
contas, 10^{63} grãos.



Por Universo, ele tomou o Universo heliocêntrico de Aristarco de Samos. Uma esfera de raio 1 ano-luz.

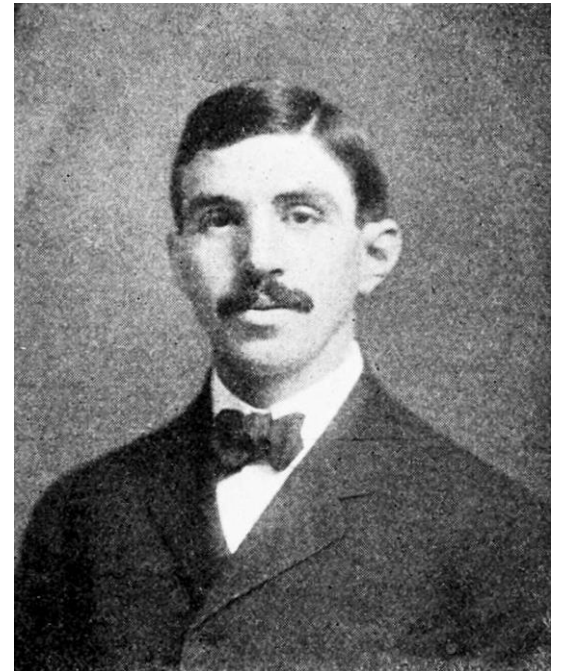


Pelas estimativas atuais, o Universo observável é uma esfera com raio de 46,5 bilhões de anos-luz – um pouquinho maior que o de Aristarco!



$$1 \text{ googol} = 10^{100}$$

A palavra googol foi criada pelo sobrinho do matemático Edward Kasner (1878-1955) em 1938. O sobrinho era Milton Sirotta (1929-1981) e ele tinha 9 anos de idade.



Você sabe, em 1996, a palavra foi utilizada para denominar o buscador Google. Um erro de grafia gerou o nome de mesma pronuncia em inglês. Como o domínio *google.com* estava vago, ficou esse.



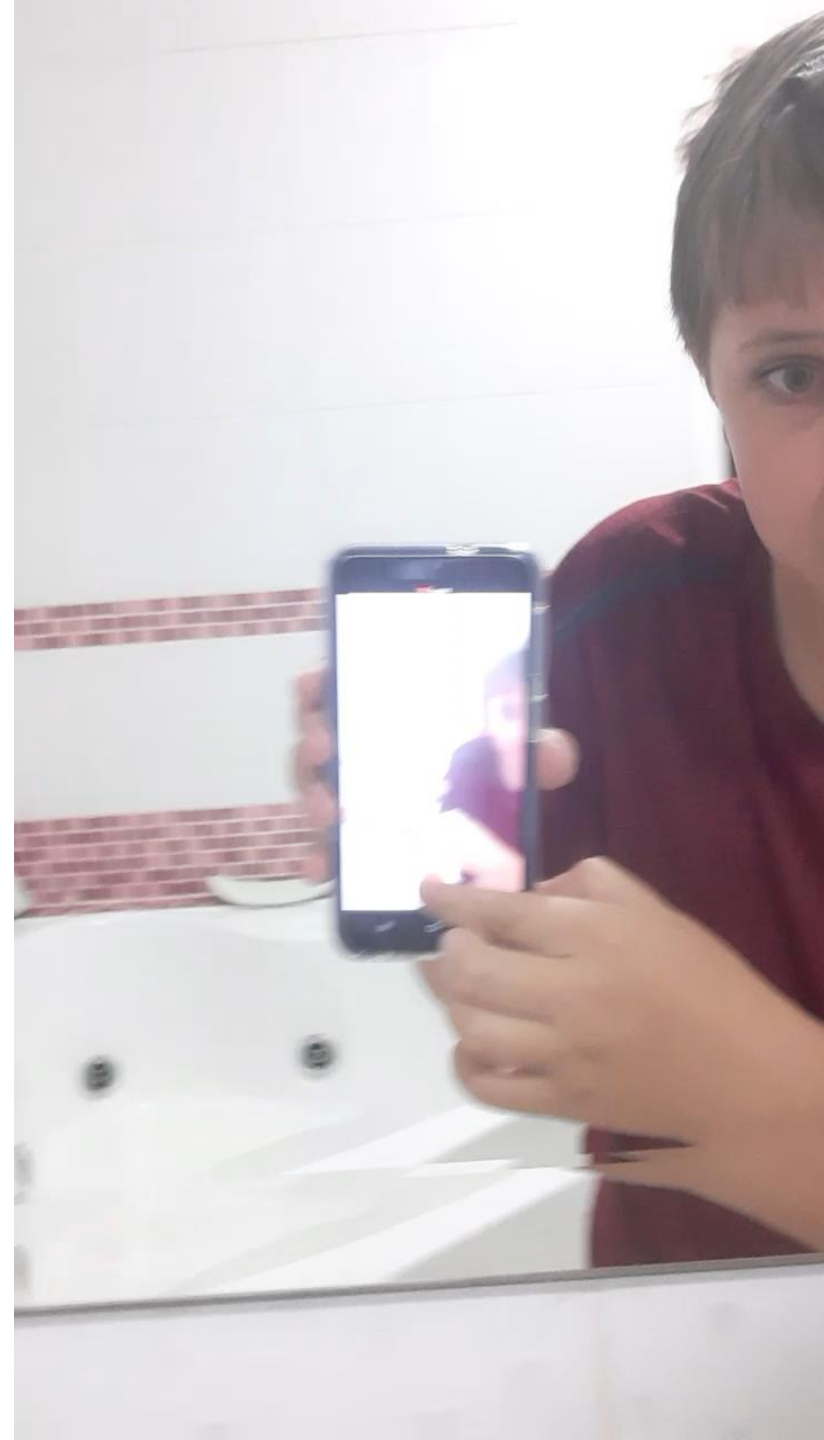
Larry Page e Sergey Brin

Grandes números podem ajudar a compreender o Universo, mas é difícil imaginá-los.

Vamos ver isso com um vídeo bem conhecido, que mostra as potências de 10 em contexto.

<https://www.youtube.com/watch?v=bhofN1xX6u0>

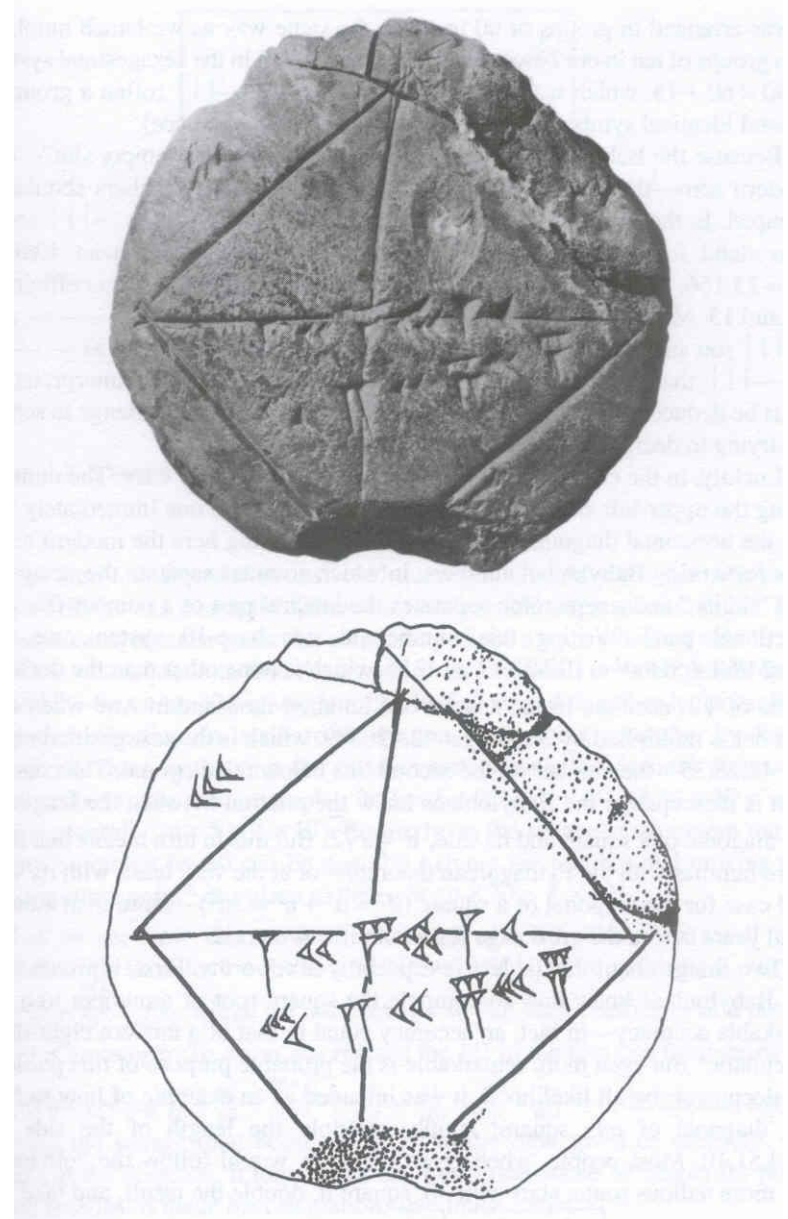
O conceito de infinito está intimamente relacionado a uma ideia matemática. Recursividade: uma operação ou ação que se reproduz indefinidamente.







Tableta babilônica YBC 7289 de cerca de 1800 aC



Tableta babilônica YBC 7289 de cerca de 1800 aC



Como eles calculavam a raiz quadrada de um número há quase 4 mil anos?

Método babilônio para obter raiz quadrada de um número n

1. Inicie com um número positivo arbitrário r ;
2. Substitua r pela média de r e $\frac{n}{r}$;
3. Com esse novo r , repita o segundo passo quantas vezes quiser.

Mas o que é um número desses, que se conhece apenas por aproximações sucessivas?

1,41421356237...

Essa pergunta somente fez sentido a partir da revolução matemática da Grécia Antiga, com o advento da ideia da demonstração matemática.