

# Números e grandezas 3

Antonio Carlos Brolezzi

[brolezzi@ime.usp.br](mailto:brolezzi@ime.usp.br)



Pense em um número muito pequeno que seja possível de representar usando os dedos das mãos de todos os alunos de sua classe.

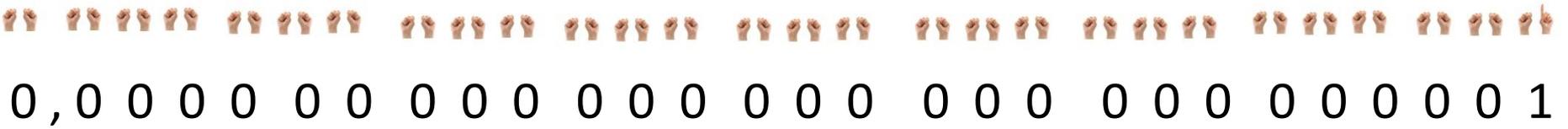


## Prefixos do SI

$10^n$	Prefixo	Símbolo <sup>1</sup>	Escala curta	Equivalente decimal
$10^0$	<i>nenhum</i>	<i>nenhum</i>	Unidade	1
$10^{-1}$	deci	d	Décimo	0,1
$10^{-2}$	centi	c	Centésimo	0,01
$10^{-3}$	mili	m	Milésimo	0,001
$10^{-6}$	micro	μ (mu)	Milionésimo	0,000 001
$10^{-9}$	nano	n	Bilionésimo	0,000 000 001
$10^{-12}$	pico	p	Trilionésimo	0,000 000 000 001
$10^{-15}$	femto (fento <sup>[2]</sup> )	f	Quadrilionésimo	0,000 000 000 000 001
$10^{-18}$	atto (ato <sup>[2]</sup> )	a	Quintilionésimo	0,000 000 000 000 000 001
$10^{-21}$	zepto	z	Sextilionésimo	0,000 000 000 000 000 000 001
$10^{-24}$	yocto (iocto <sup>[2]</sup> )	y	Septilionésimo	0,000 000 000 000 000 000 000 001

A partir daí, seguem-se frações de *yocto*.

Número bem pequeno que 28 alunos conseguem representar com as mãos.



Um milésimo de yocto.



Se a distância entre a Terra e o Sol fosse de 1 cm, qual seria a distância entre a Terra e a estrela mais próxima além do Sol?

Além do Sol, qual a distância da estrela mais próxima?

A estrela mais próxima de Terra depois do Sol é Próxima Centauri.

Ela está a uma distância de 40 trilhões de quilômetros (40.000.000.000.000 km) da Terra.

A distância média da Terra ao Sol é de 149.600.000 km.

$$\begin{array}{r}
 1 \text{ cm} \text{ -----} \quad 149.600.000 \text{ km} \\
 x \text{ -----} \quad 40.000.000.000.000 \text{ km}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \frac{1}{100\,000} \text{ km} \text{ -----} \quad 149.600.000 \text{ km} \\
 x \text{ -----} \quad 40.000.000.000.000 \text{ km}
 \end{array}$$

$$x = \frac{\frac{1}{100\,000} \times 40.000.000.000.000}{149.600.000}$$

$$x = \frac{400.000.000}{149.600.000} = \frac{4000}{1496} \cong 2,67 \text{ km} = 2670 \text{ m}$$

## Prefixos do SI

$1000^m$	$10^n$	Prefixo	Símbolo	Desde <sup>[3]</sup>	Escala curta	Escala longa	Equivalente decimal
$1000^8$	$10^{24}$	yotta (iota <sup>[2]</sup> )	Y	1991	Septilhão	Quadrilhão	1 000 000 000 000 000 000 000 000 000
$1000^7$	$10^{21}$	zetta (zeta <sup>[2]</sup> )	Z	1991	Sextilhão	Milhar de trilhão	1 000 000 000 000 000 000 000 000
$1000^6$	$10^{18}$	exa	E	1975	Quintilhão	Trilhão	1 000 000 000 000 000 000 000
$1000^5$	$10^{15}$	peta	P	1975	Quadrihã	Milhar de bilião	1 000 000 000 000 000 000
$1000^4$	$10^{12}$	tera	T	1960	Trihã	Bilião	1 000 000 000 000
$1000^3$	$10^9$	giga	G	1960	Bilhã	Milhar de milhão	1 000 000 000
$1000^2$	$10^6$	mega	M	1960	Milhã	Milhã	1 000 000
$1000^1$	$10^3$	<b>quilo</b>	k	1795	Milhar	Milhar	1 000
$1000^{2/3}$	$10^2$	hecto	h	1795	Centena	Centena	100
$1000^{1/3}$	$10^1$	deca	da	1795	Dezena	Dezena	10
$1000^0$	$10^0$	<i>nenhum</i>	<i>nenhum</i>		Unidade	Unidade	1
$1000^{-1/3}$	$10^{-1}$	deci	d	1795	Décimo	Décimo	0,1
$1000^{-2/3}$	$10^{-2}$	centi	c	1795	Centésimo	Centésimo	0,01
$1000^{-1}$	$10^{-3}$	mili	m	1795	Milésimo	Milésimo	0,001
$1000^{-2}$	$10^{-6}$	micro	μ (mu)	1960	Milionésimo	Milionésimo	0,000 001
$1000^{-3}$	$10^{-9}$	nano	n	1960	Bilionésimo	Milésimo de milionésimo	0,000 000 001
$1000^{-4}$	$10^{-12}$	pico	p	1960	Trilionésimo	Bilionésimo	0,000 000 000 001
$1000^{-5}$	$10^{-15}$	femto (fento <sup>[2]</sup> )	f	1964	Quadrilionésimo	Milésimo de bilionésimo	0,000 000 000 000 001
$1000^{-6}$	$10^{-18}$	atto (ato <sup>[2]</sup> )	a	1964	Quintilionésimo	Trilionésimo	0,000 000 000 000 000 001
$1000^{-7}$	$10^{-21}$	zepto	z	1991	Sextilionésimo	Milésimo de trilionésimo	0,000 000 000 000 000 000 001
$1000^{-8}$	$10^{-24}$	yocto (iocto <sup>[2]</sup> )	y	1991	Septilionésimo	Quadrilionésimo	0,000 000 000 000 000 000 000 001

1. Em Portugal.

2. O sistema métrico foi introduzido em 1795 com seis prefixos. As outras datas estão relacionadas ao reconhecimento pela resolução da Conferência Geral de Pesos e Medidas (CGPM).

## Prefixos do SI

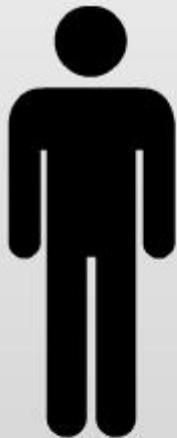
$10^n$	Prefixo	Símbolo <sup>[1]</sup>	Escala curta	Equivalente decimal
$10^{24}$	yotta (iota <sup>[2]</sup> )	Y	Septilhão	1 000 000 000 000 000 000 000 000 000
$10^{21}$	zetta (zeta <sup>[2]</sup> )	Z	Sextilhão	1 000 000 000 000 000 000 000 000
$10^{18}$	exa	E	Quintilhão	1 000 000 000 000 000 000 000
$10^{15}$	peta	P	Quadriilhão	1 000 000 000 000 000
$10^{12}$	tera	T	Trilhão	1 000 000 000 000
$10^9$	giga	G	Bilhão	1 000 000 000
$10^6$	mega	M	Milhão	1 000 000
$10^3$	<b>quilo</b>	k	Milhar	1 000
$10^2$	hecto	h	Centena	100
$10^1$	deca	da	Dezena	10
$10^0$	<i>nenhum</i>	<i>nenhum</i>	Unidade	1

<http://htwins.net/scale2/>

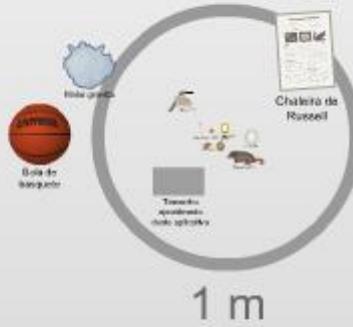
Minhoca gigante



Metro (m)  
 $10^0$  metros



Humano



Régua de madeira



Dodô



Raflesia



Bola de praia

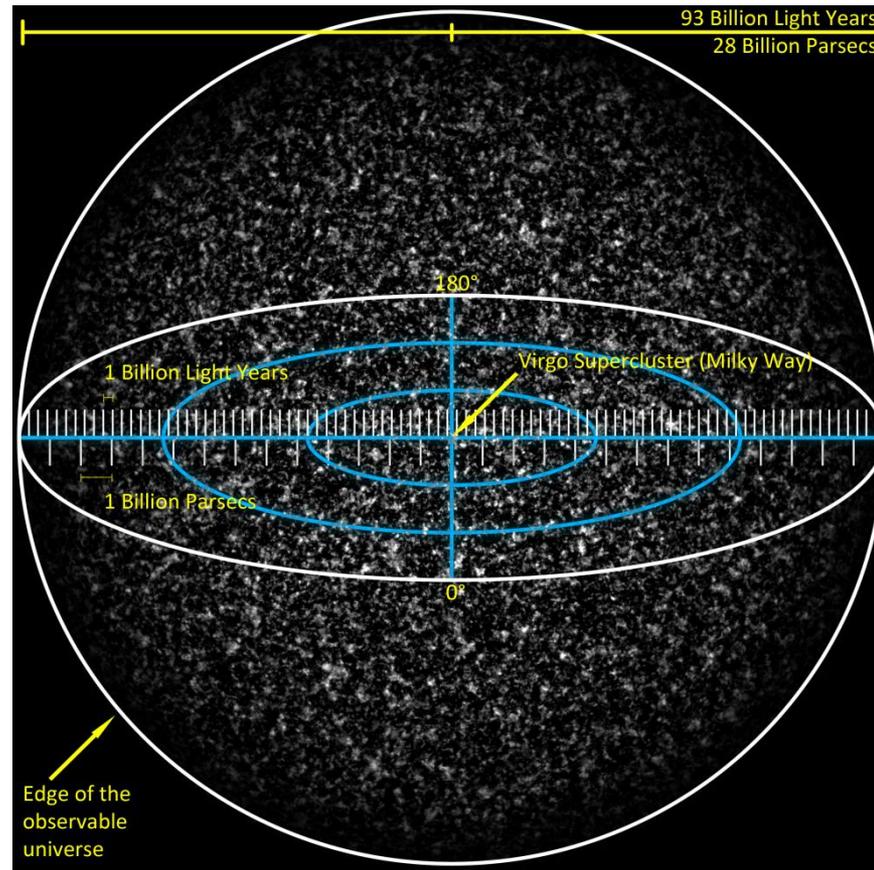
$10^{0.0}$

## Qual o tamanho do Universo?

Os astrônomos mediram a idade do Universo em aproximadamente 13,8 bilhões anos.

Por causa da conexão entre a distância e a velocidade da luz, isso significa que eles podem olhar para uma região do espaço que se encontra 13,8 bilhões de anos-luz de distância.

Podemos observar 13,8 bilhões de anos-luz em todas as direções , o que coloca a Terra dentro de uma esfera observável com um raio de 13,8 bilhões de anos-luz.



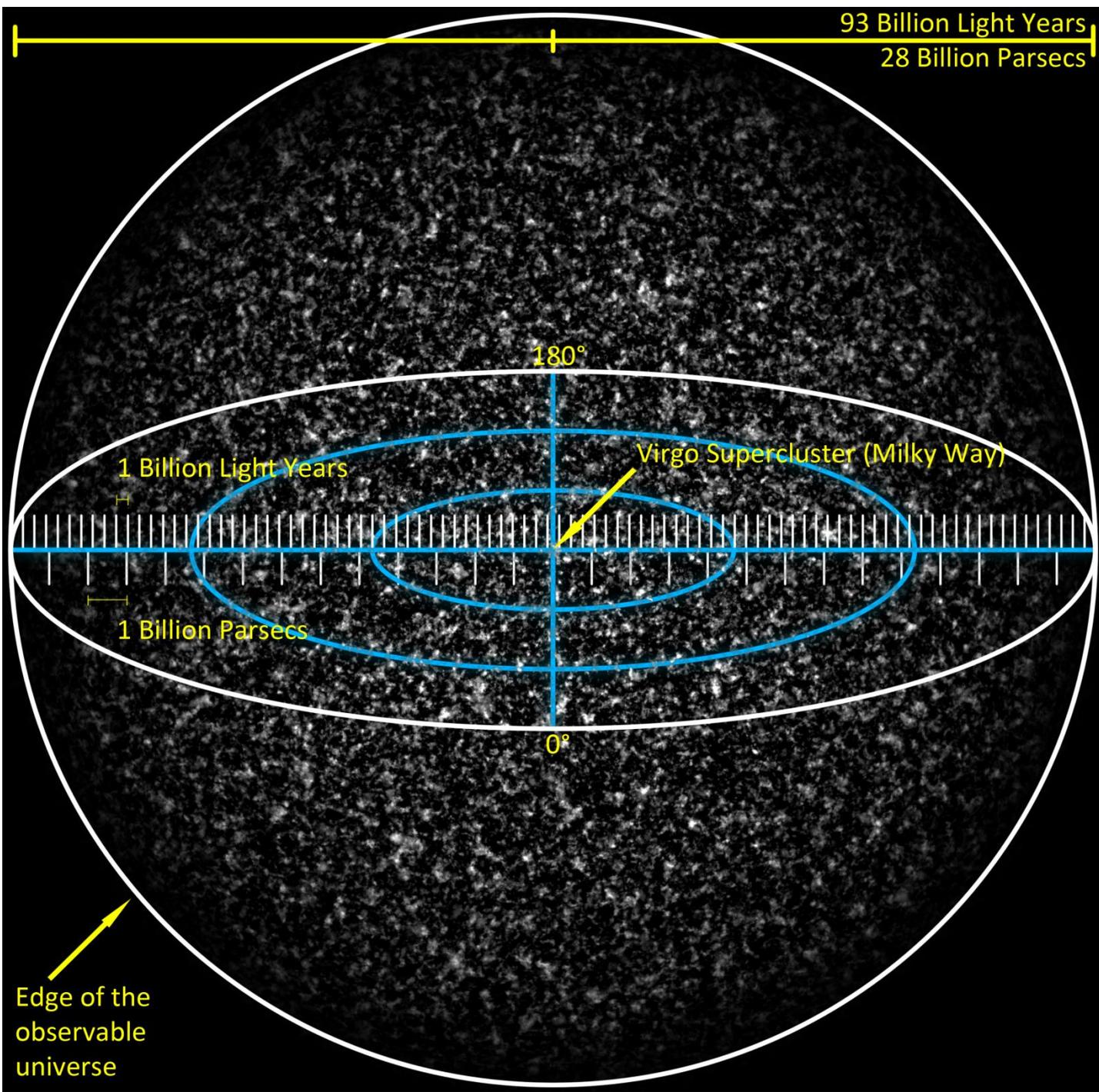
A palavra " observável " é a chave ; a esfera limita o que podemos ver, mas não o que está lá .

Mas, embora a esfera aparece quase 28 bilhões de anos-luz de diâmetro , é muito maior.

Ocorre que o universo está se expandindo.

Assim, enquanto vemos um local que estava 13,8 bilhões de anos-luz da Terra , no momento do Big Bang , o universo continuou a se expandir ao longo de sua vida.

Hoje, esse mesmo ponto é 46,5 bilhões de anos-luz de distância , fazendo com que o diâmetro do universo observável uma esfera em torno de 93 bilhões de anos-luz .



93 Billion Light Years  
28 Billion Parsecs

180°

1 Billion Light Years

Virgo Supercluster (Milky Way)

1 Billion Parsecs

0°

Edge of the  
observable  
universe

As medidas astronômicas são importantes para a Matemática, pois ajudam a ter noção de escala. As distâncias dos planetas do sistema solar em escala: [https://www.youtube.com/watch?v=6umWxt\\_oq2c](https://www.youtube.com/watch?v=6umWxt_oq2c)



E veja, a 100 metros, nossa Terra

No universo observável, os astrônomos estimam que haja cerca de 2 trilhões de galáxias.

Se fossemos dividir as galáxias entre nós, quantas galáxias daria para cada para cada ser humano na terra?



<https://www.worldometers.info/br/>





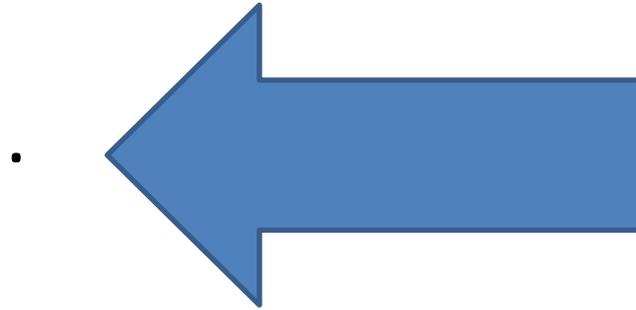
Se cada galáxia tem em média 100 000 000 000 (cem bilhões) de estrelas, quantas estrelas, proporcionalmente, há para cada ser humano?

Para os que acham pouco, é interessante pensar que as estrelas são bem maiores que nosso Sol...

Star Size Comparison:

<https://www.youtube.com/watch?v=HEheh1BH34Q>

Pense em um pontinho de 0,1 mm de diâmetro – a menor coisa que a vista humana consegue enxergar



Se esse ponto fosse ampliado para o tamanho do universo conhecido, então o correspondente pontinho (o pontinho do pontinho...) é simplesmente a menor unidade de medida já estudada.

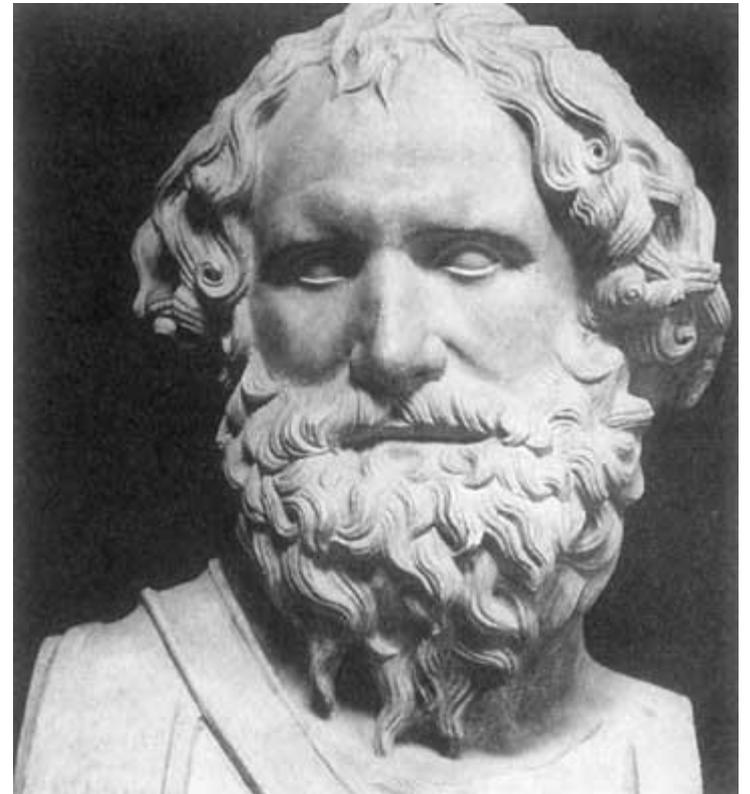
Essa menor unidade de medida é o comprimento de Planck (proposto por Max Planck)

**Comprimento de Planck** é um espaço de

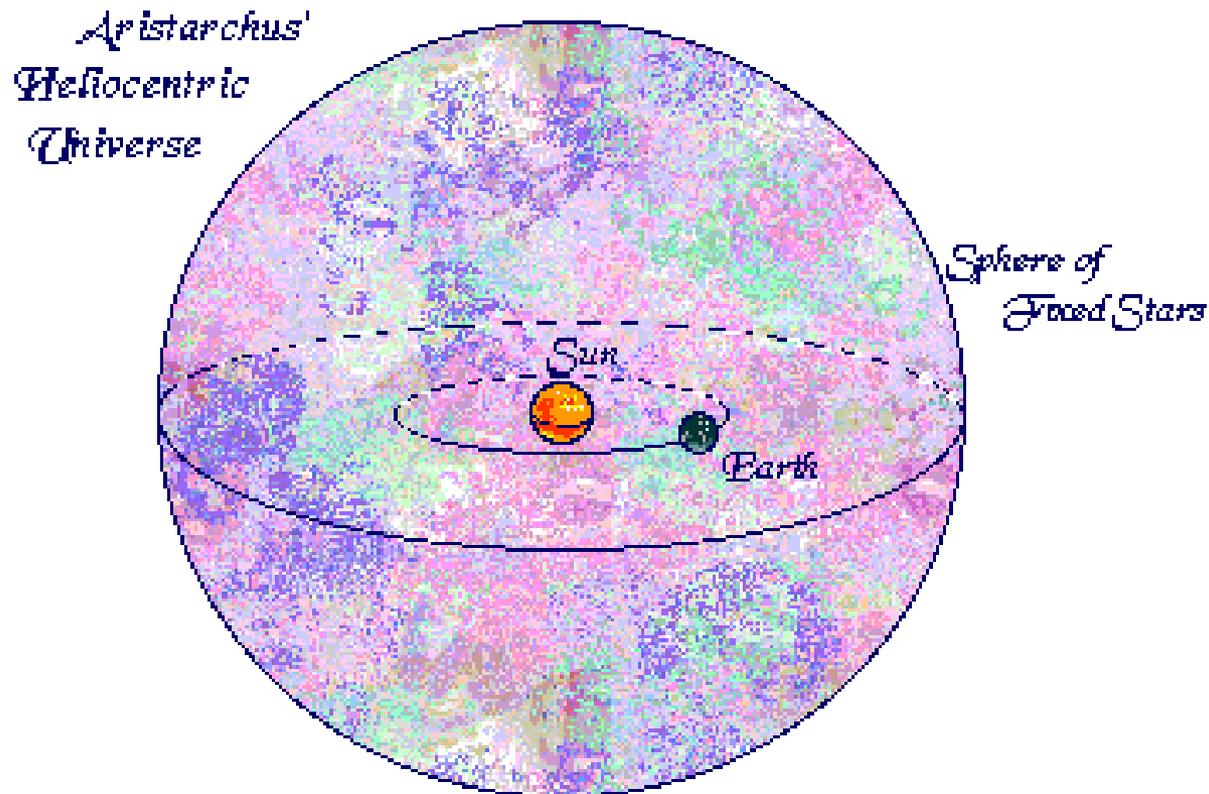
$$1,6 \times 10^{-35} \text{ m}$$

e corresponde à distância que a luz percorre no vácuo durante um **tempo de Planck** da ordem de  $10^{-43}$  segundos.

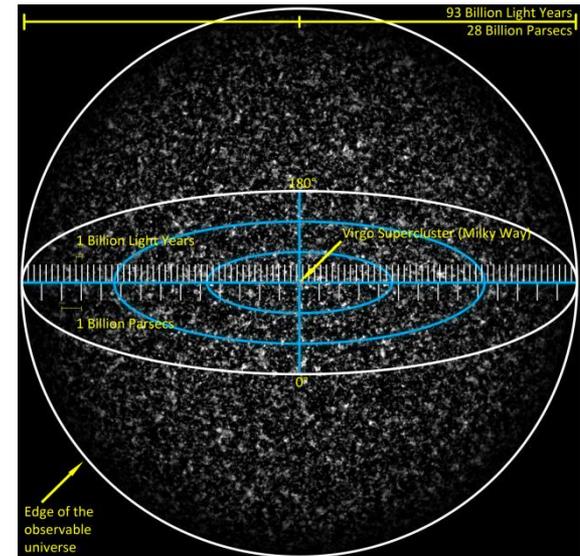
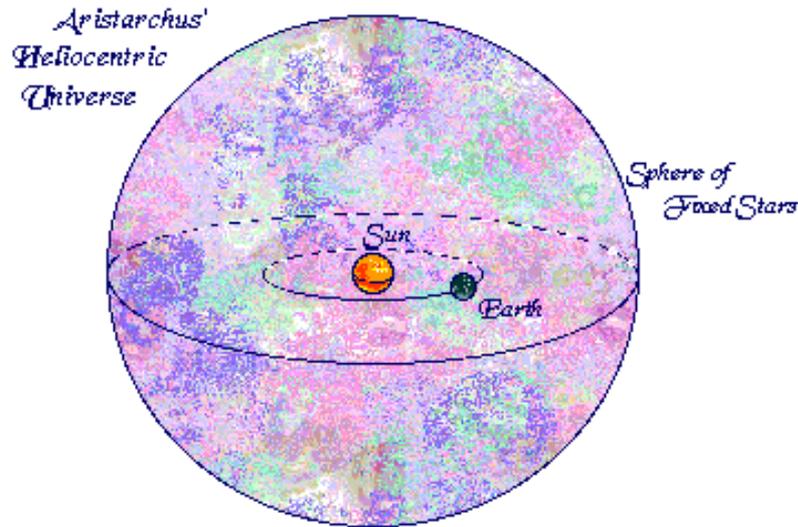
Arquimedes de Siracusa  
pensou em como poderia  
preencher o Universo de  
areia – seriam  
necessários, pelas suas  
contas,  $10^{63}$  grãos.



Por Universo, ele tomou o Universo heliocêntrico de Aristarco de Samos. Uma esfera de raio 1 ano-luz.



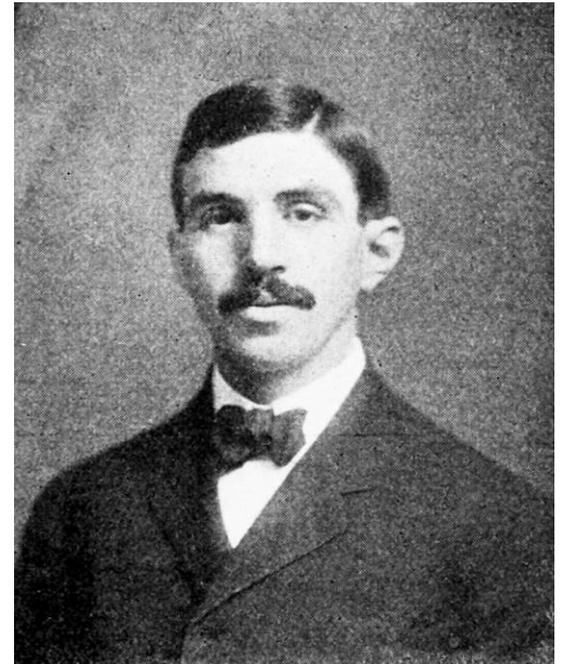
Pelas estimativas atuais, o Universo observável é uma esfera com raio de 46,5 bilhões de anos-luz – um pouquinho maior que o de Aristarco!





$$1 \text{ googol} = 10^{100}$$

A palavra googol foi criada pelo sobrinho do matemático Edward Kasner (1878-1955) em 1938. O sobrinho era Milton Sirotta (1929-1981) e ele tinha 9 anos de idade.



Você sabe, em 1996, a palavra foi utilizada para denominar o buscador Google. Um erro de grafia gerou o nome de mesma pronuncia em inglês. Como o domínio *google.com* estava vago, ficou esse.



Larry Page e Sergey Brin



Grandes números podem ajudar a compreender o Universo, mas é difícil imaginá-los.

Vamos ver isso com um vídeo bem conhecido, que mostra as potências de 10 em contexto.

<https://www.youtube.com/watch?v=bhofN1xX6u0>

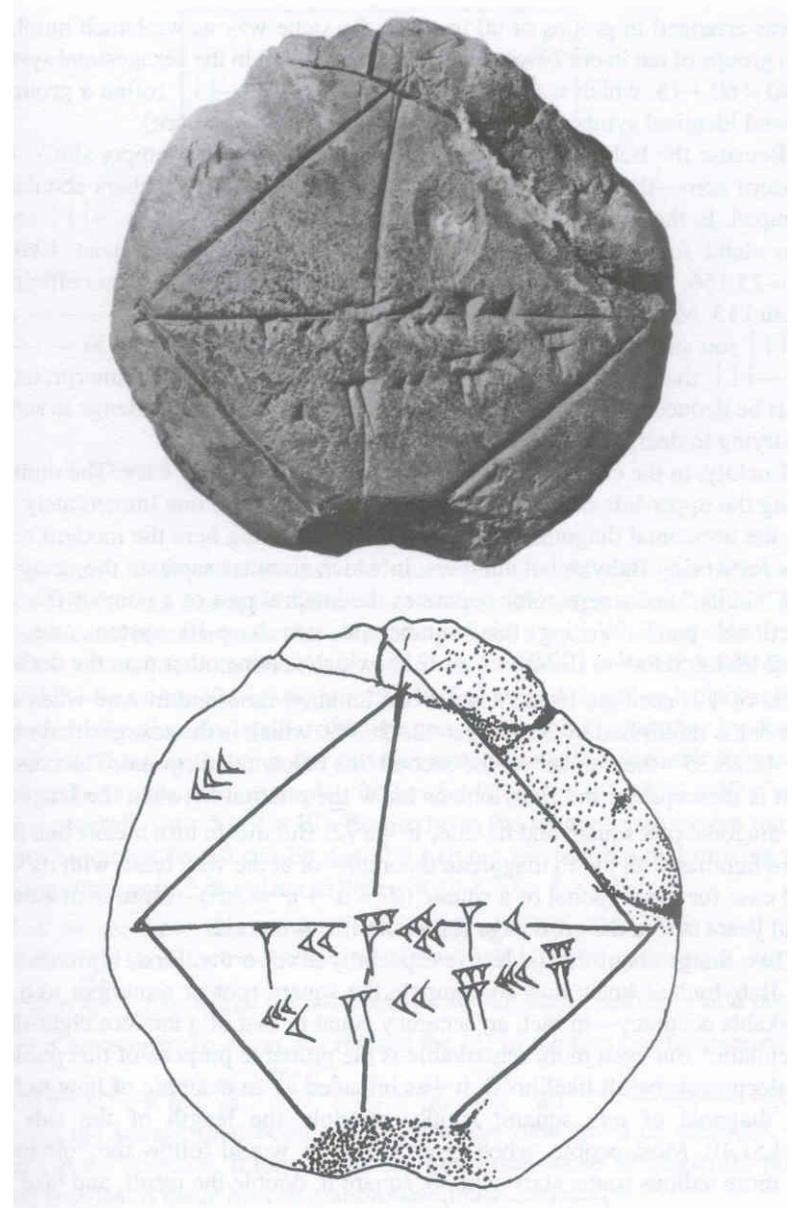
O conceito de infinito está intimamente relacionado a uma ideia matemática. Recursividade: uma operação ou ação que se reproduz indefinidamente.







# Tableta babilônica YBC 7289 de cerca de 1800 aC



Tableta babilônica YBC 7289 de cerca de 1800 aC



Como eles calculavam a raiz quadrada de um número há quase 4 mil anos?

# Método babilônio para obter raiz quadrada de um número $n$

1. Inicie com um número positivo arbitrário  $r$  ;
2. Substitua  $r$  pela média de  $r$  e  $\frac{n}{r}$ ;
3. Com esse novo  $r$ , repita o segundo passo quantas vezes quiser.

Mas o que é um número desses, que se conhece apenas por aproximações sucessivas?

1,41421356237...

Essa pergunta somente fez sentido a partir da revolução matemática da Grécia Antiga, com o advento da ideia da demonstração matemática.