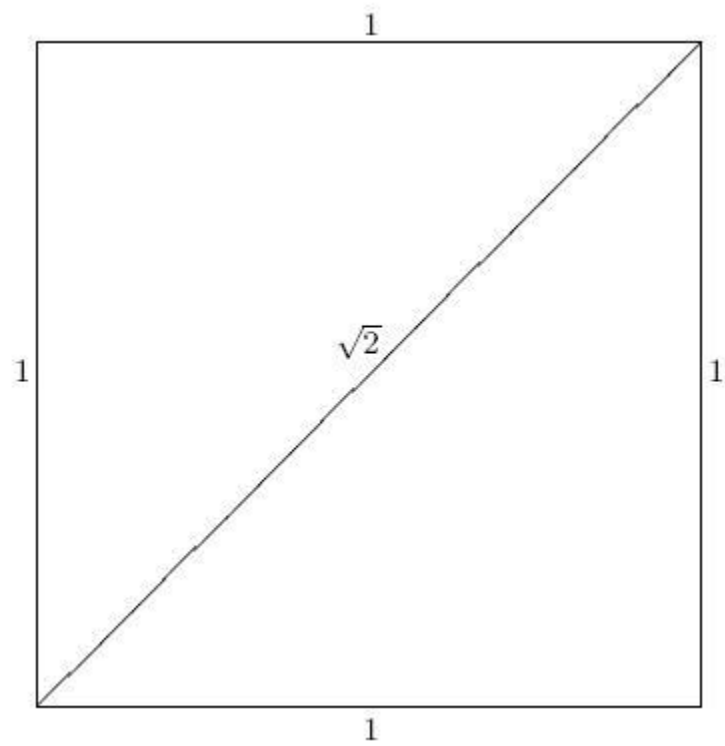


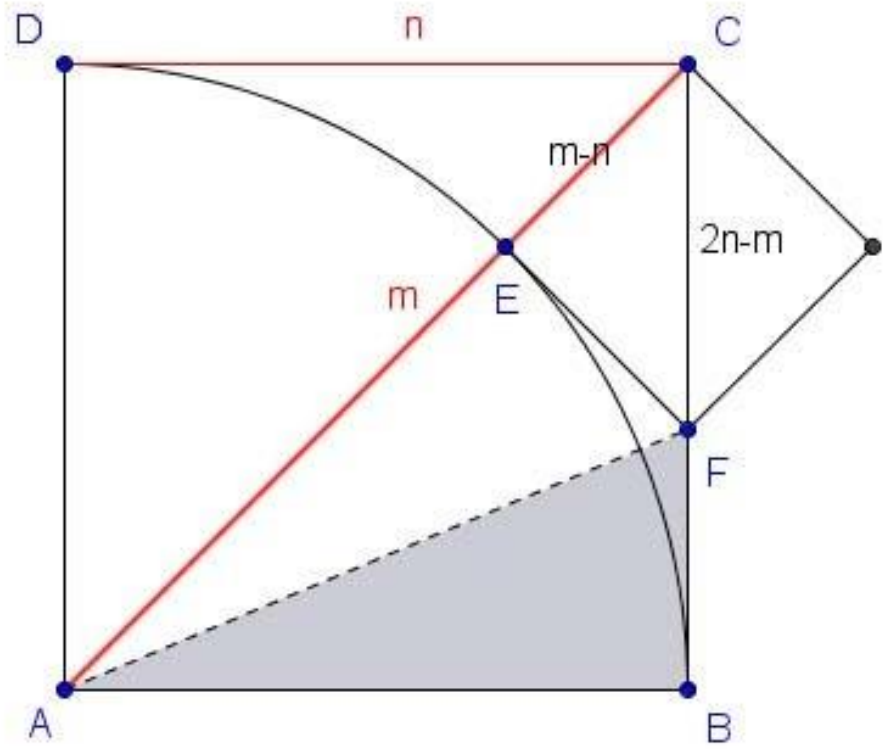
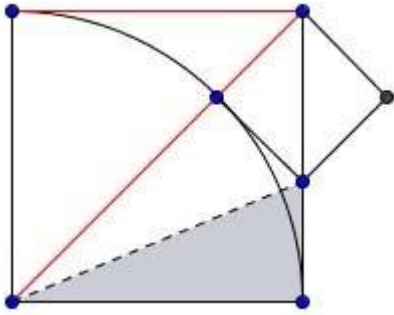
Os números irracionais

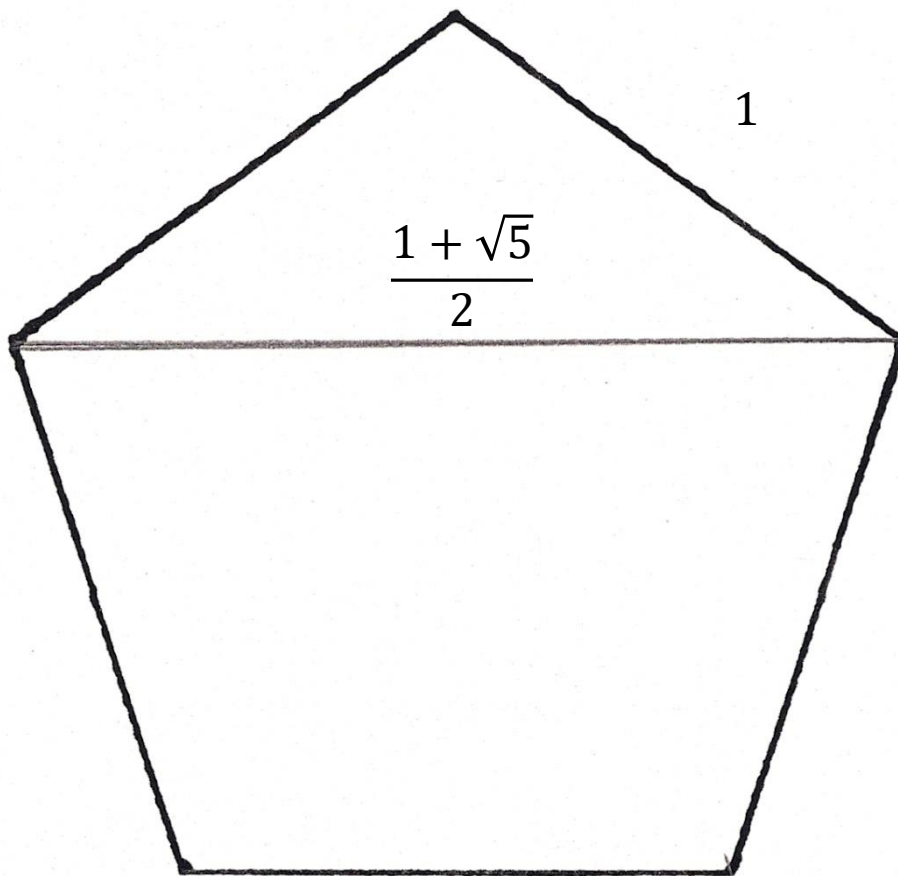
2

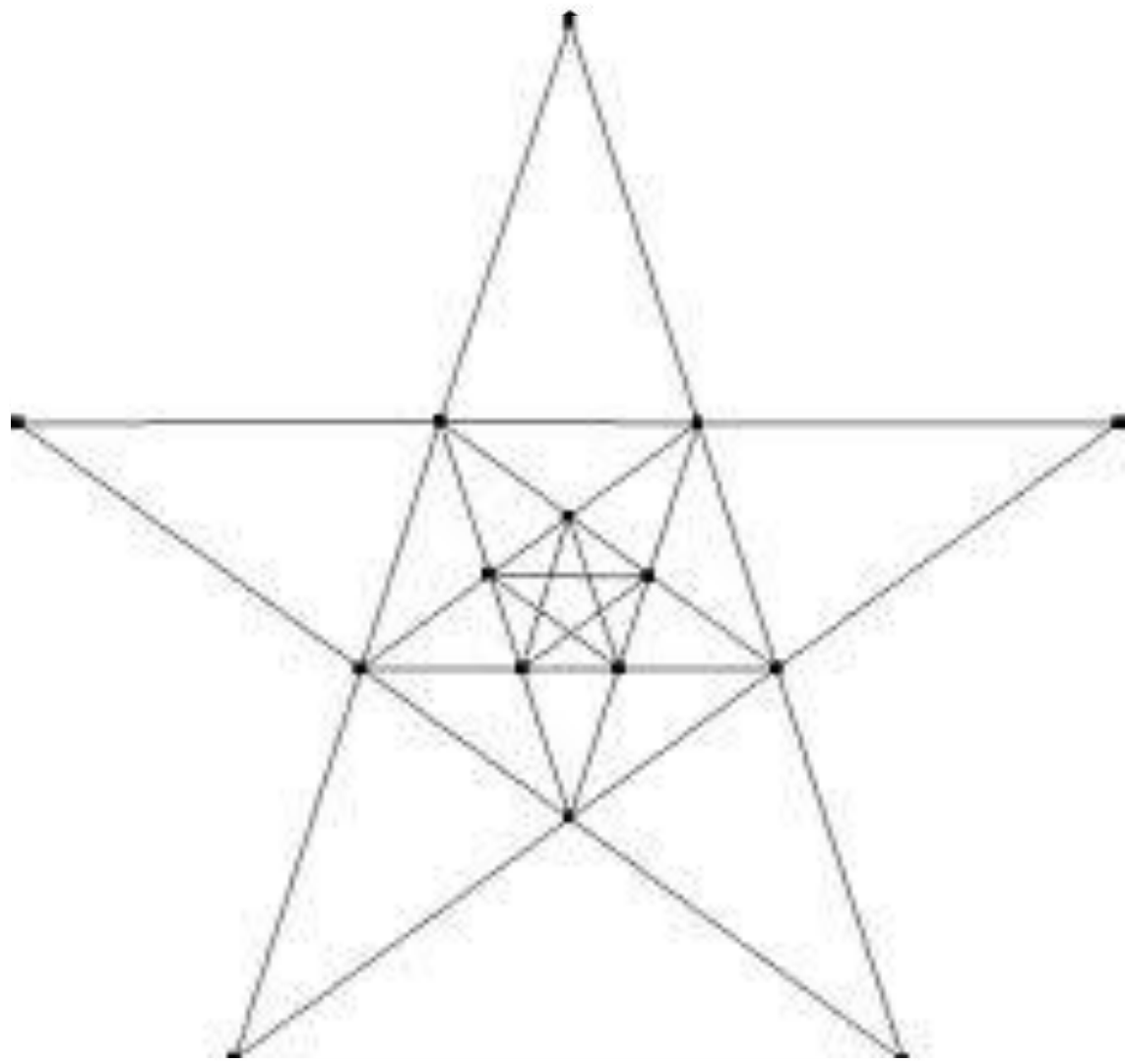
O método da *antifairese*

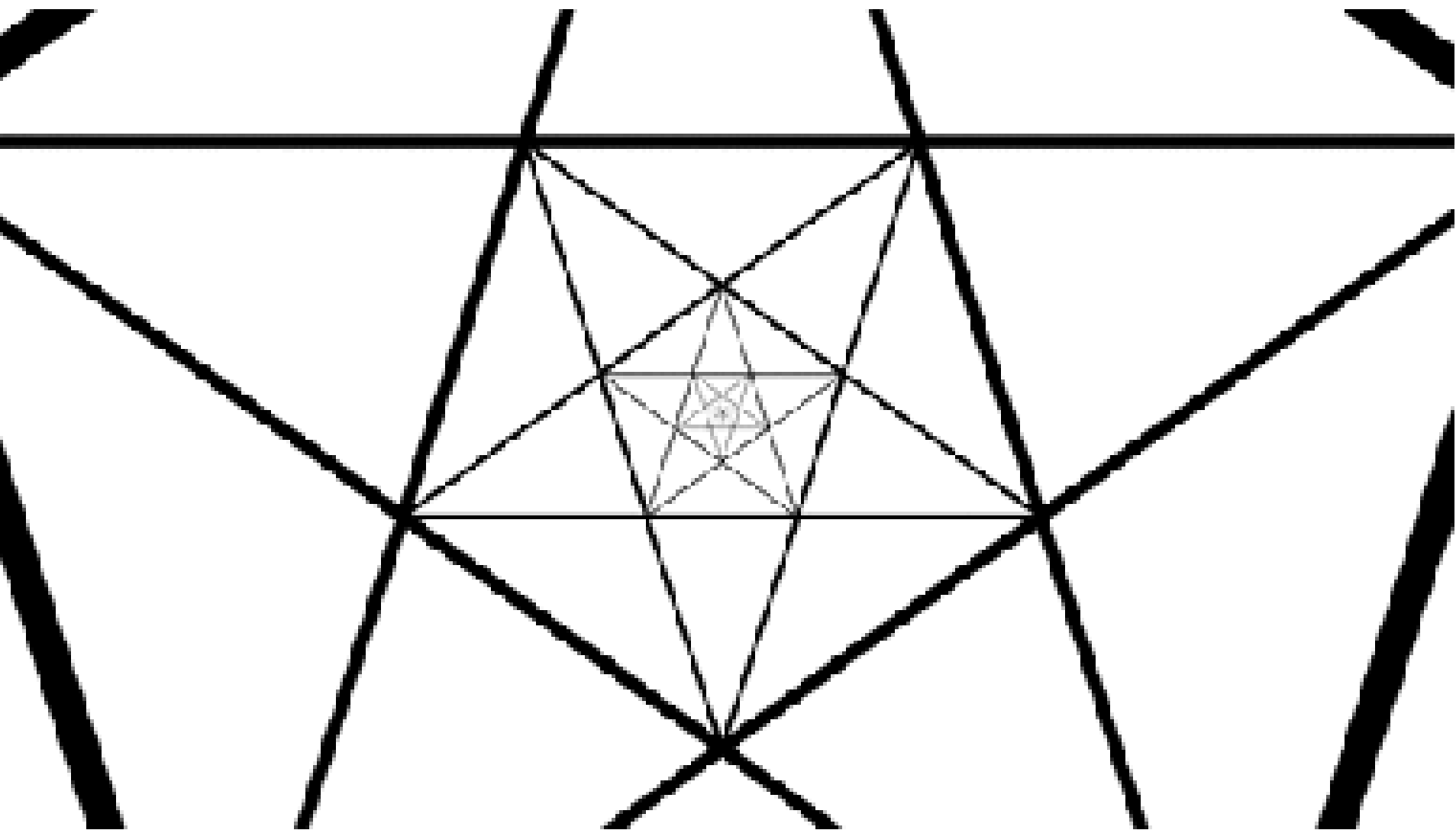
A palavra *antifairese* vem do grego e significa, literalmente, “subtração recíproca” (ROQUE, 2012)











“Não posso falar da nossa história de amor, então vou falar de matemática. Não sou formada em matemática, mas sei de uma coisa: existe uma quantidade infinita de números entre 0 e 1. Tem o 0,1 e o 0,12 e o 0,112 e uma infinidade de outros. Obviamente, existe um conjunto ainda maior entre o 0 e o 2, ou entre o 0 e o 1 milhão. Alguns infinitos são maiores que outros.

Um escritor de quem costumávamos gostar nos ensinou isso. Há dias, muitos deles, em que fico zangada com o tamanho do meu conjunto ilimitado. Queria mais números do que provavelmente vou ter, e, por Deus, queria mais números para o Augustus Waters do que os que ele teve. Mas, Gus, meu amor, você não imagina o tamanho da minha gratidão pelo nosso pequeno infinito.

Eu não o trocaria por nada nesse mundo. Você me deu uma eternidade dentro dos nossos dias numerados, e sou muito grata por isso”.

GREEN, J. A Culpa é das Estrelas. Rio de Janeiro: Intrínseca, 2012.

Na matemática, os números naturais são utilizados para contar.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13

O conjunto dos números naturais é chamado de enumerável, pois seus elementos podem ser contado um a um Embora sejam infinitos.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13

A infinitude dos números naturais é bastante contra-intuitiva. Uma forma bastante doida de pensar nisso é comparar o conjunto dos naturais com o conjunto dos números pares... Eles são equipotentes! Têm a mesma cardinalidade! Há uma bijeção entre os dois conjuntos! Eles são um a um!

1 2 3 4 5 6 7 ...

2 4 6 8 10 12 14 ...

Para sentir o infinito natural, vamos olhar a brincadeira inventada por David Hilbert (1862-1943):



O Hotel de Hilbert

https://www.youtube.com/watch?v=pjOVHzy_DVU

Também tem a mesma cardinalidade o conjunto dos números inteiros:

$$\mathbb{Z} = \{ \dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \}$$

Basta fazer esta correspondência, por exemplos, entre pares e ímpares:

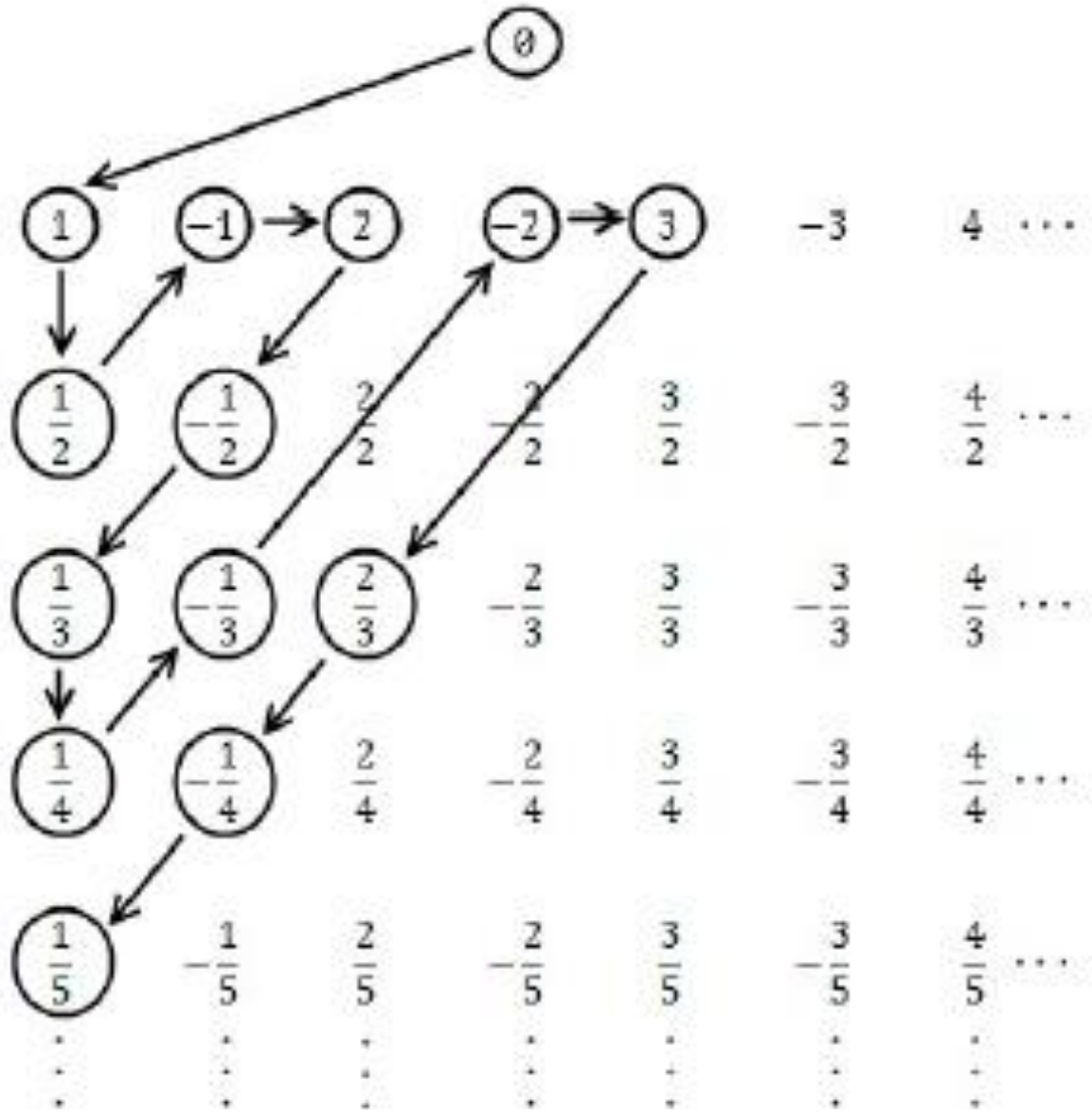
...	-3,	-2,	-1,	0,	1,	2,	3,	...
...	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	...
...	5,	3,	1,	0,	2,	4,	6,	...

Agora vem o passo mais estranho. Os racionais também formam um conjunto enumerável.

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} ; p \in \mathbb{Z} \text{ e } q \in \mathbb{Z}, q \neq 0 \right\}$$

O argumento de Cantor é fácil de seguir...

Cantor propõe uma ordenação pela diagonal:



Portanto há uma associação um a um entre o conjunto dos naturais e o conjunto dos racionais.

E o conjunto dos reais?

Vamos supor que seja possível enumerar os números reais entre 0 e 1.

Vamos supor que seja possível associar um a um os números reais entre 0 e 1 com o conjunto dos naturais (não precisam estar em ordem).

1 ↔	0.397204817...
2 ↔	0.526613809...
3 ↔	0.498310123...
4 ↔	0.275418831...
5 ↔	0.002200025...
6 ↔	0.999904681...
.	
.	
.	

Podemos tomar o primeiro algarismo decimal do primeiro número, o segundo do segundo e assim por diante, e tomar um algarismo diferente para cada um.

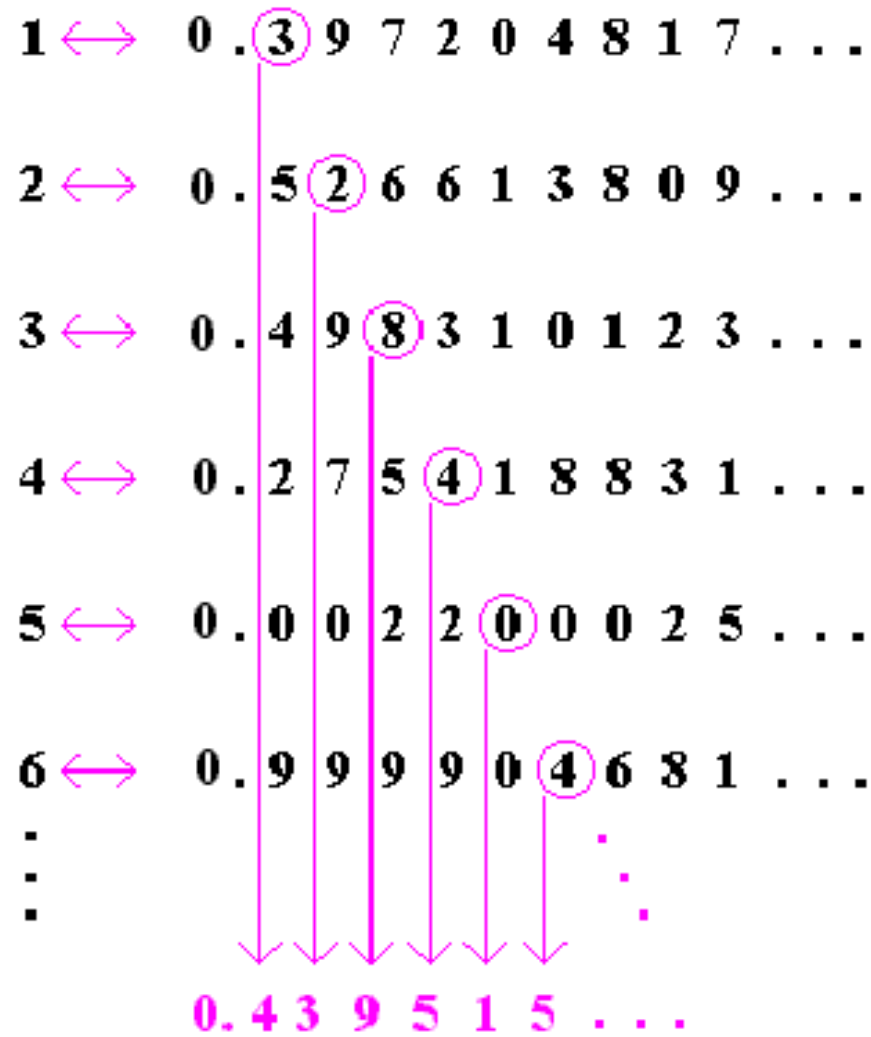
1 ↔	0.	3	9	7	2	0	4	8	1	7	...
2 ↔	0.	5	2	6	6	1	3	8	0	9	...
3 ↔	0.	4	9	8	3	1	0	1	2	3	...
4 ↔	0.	2	7	5	4	1	8	8	3	1	...
5 ↔	0.	0	0	2	2	0	0	0	2	5	...
6 ↔	0.	9	9	9	9	0	4	6	8	1	...
⋮											
⋮											

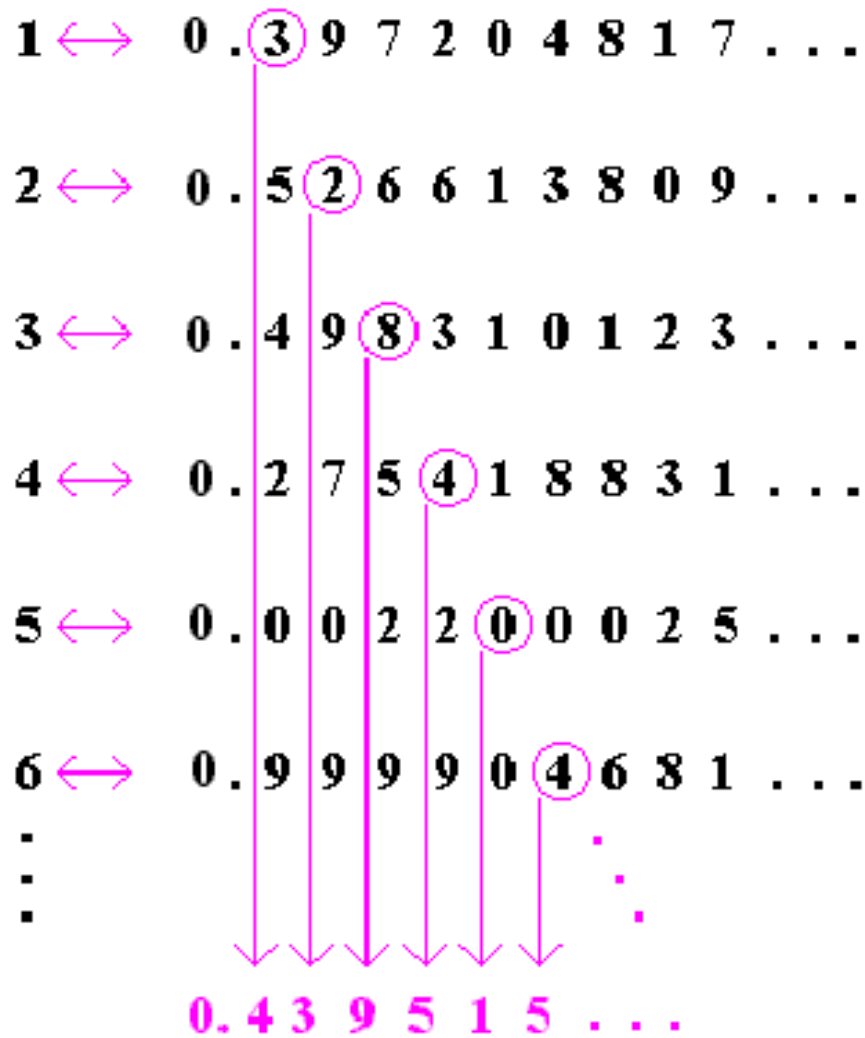
1 ↔	0.	3	9	7	2	0	4	8	1	7	...
2 ↔	0.	5	2	6	6	1	3	8	0	9	...
3 ↔	0.	4	9	8	3	1	0	1	2	3	...
4 ↔	0.	2	7	5	4	1	8	8	3	1	...
5 ↔	0.	0	0	2	2	0	0	0	2	5	...
6 ↔	0.	9	9	9	9	0	4	6	8	1	...
⋮											
⋮											

↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓

0.439515...

Podemos tomar o primeiro algarismo decimal do primeiro número, o segundo do segundo e assim por diante, e tomar um algarismo diferente para cada um.

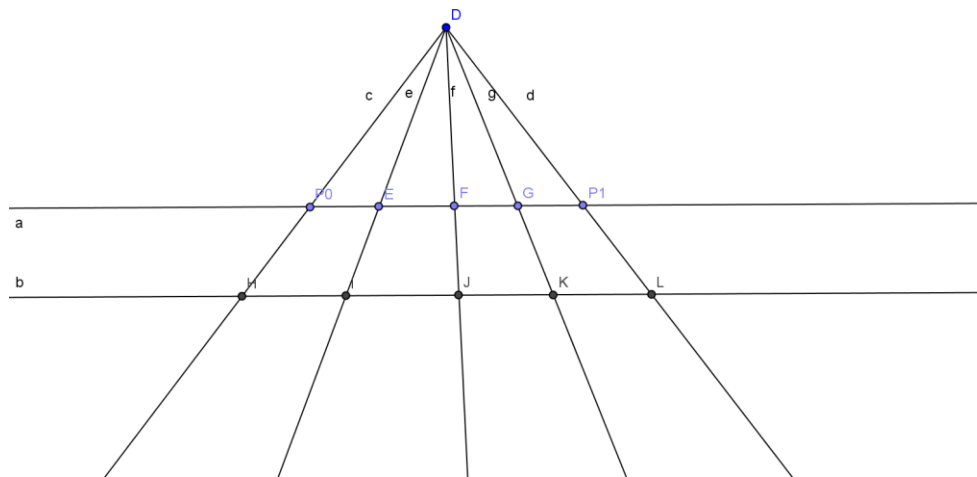




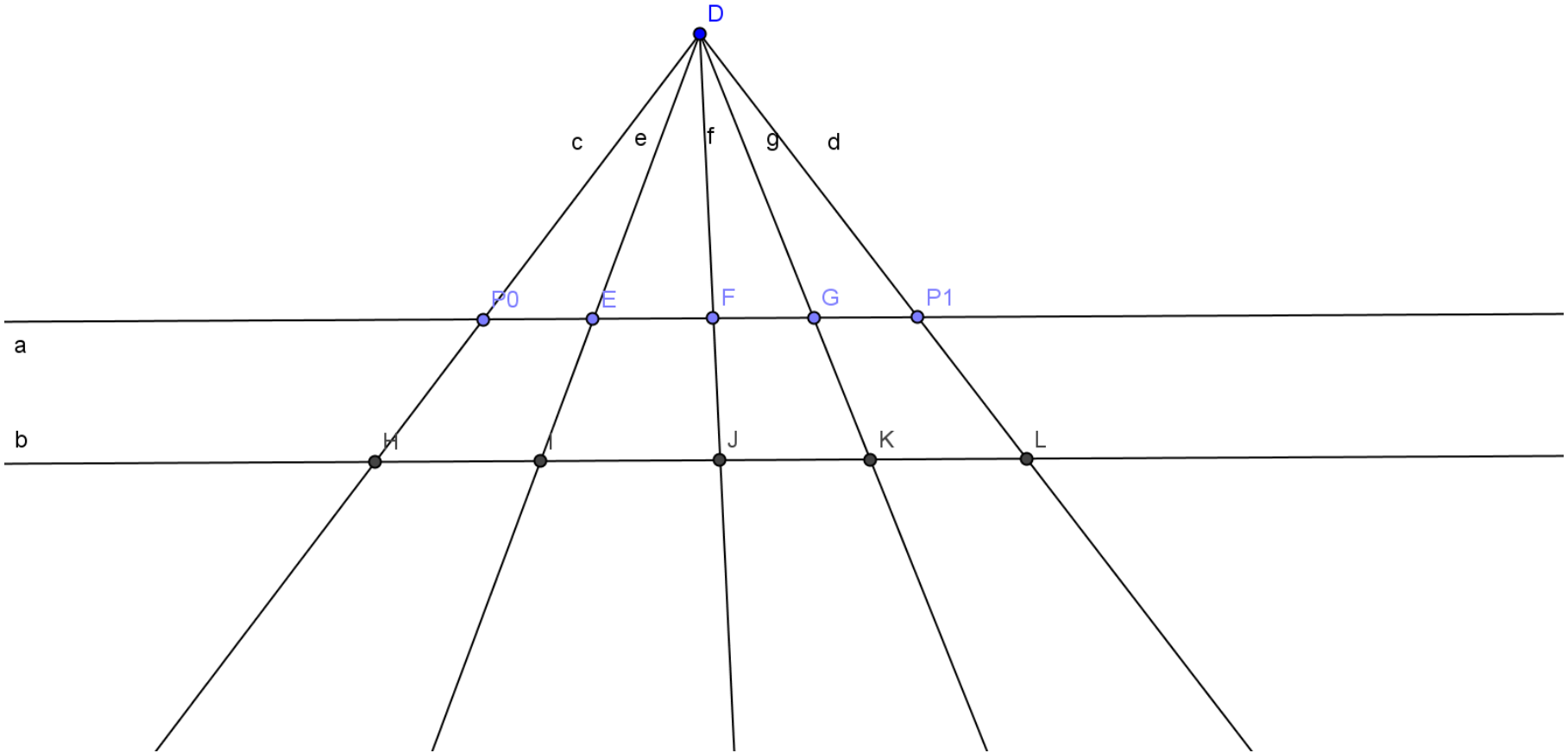
O número resultante não estava no conjunto original, pois tem pelo menos um algarismo diferente de todos os demais!

Assim, o conjunto dos reais entre 0 e 1 é não-enumerável. O infinito real é “maior” que o infinito natural, é de outra natureza!

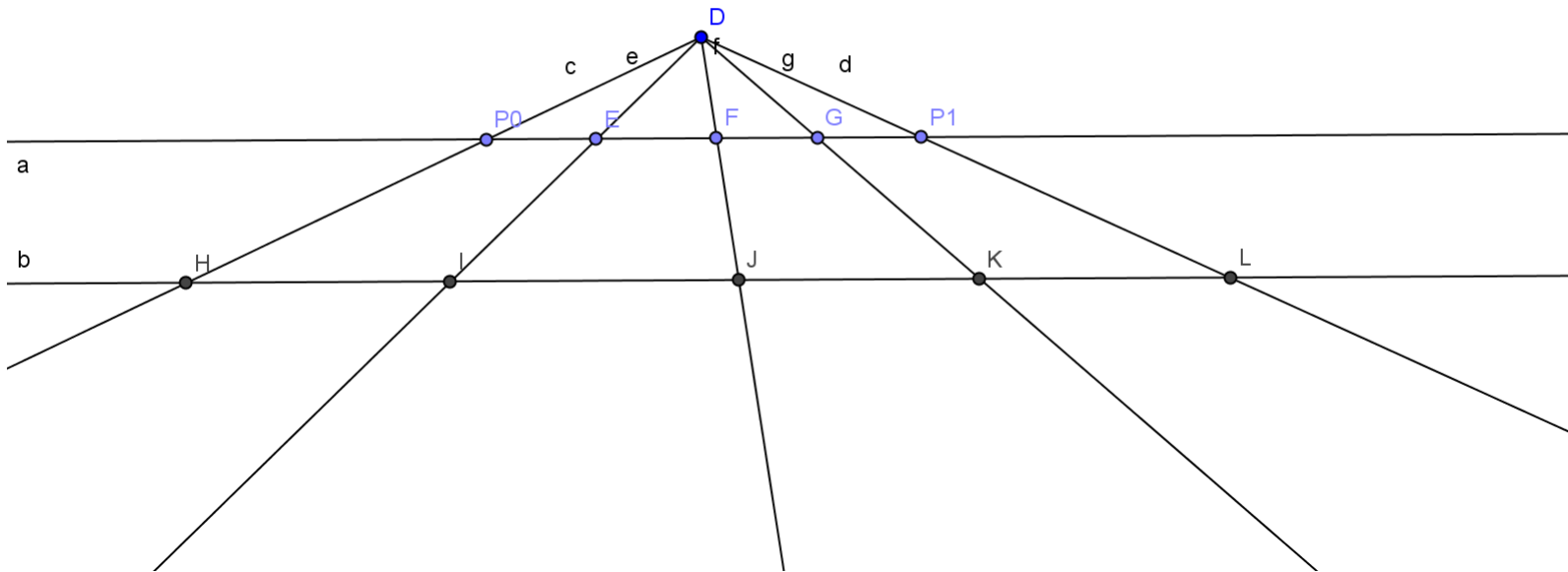
O pior é que qualquer segmento da reta real tem a mesma cardinalidade da reta real inteira...



Um ponto projeta os pontos do intervalo na reta real inteira.



Um ponto projeta os pontos do intervalo na reta real inteira.



A Hipótese do Contínuo de Cantor, que ainda não foi provada e talvez não possa ser provada, tem como implicação que a reta real é contínua. Não faltam pontos.

Ou seja, os números reais preenchem todo o espaço!

Vamos ver como isso faz sentido.

Tomemos um número real, não racional, bem conhecido. Por exemplo, o número π já foi expresso em até 10 trilhões de dígitos.

3.141592653589793238462643
3832795028841971693993751
0582097494459230781640628
6208998628034825342117067
9821480865132823066470938
4460955058223172535940812
8481117450284102701938521
1055596446229489549303819
6442881097566593344612847

O problema é que, tomando apenas o algoritmo e alterando-o, para mais ou para menos, tomamos um vizinho de π e não é um vizinho próximo, pois se alterarmos qualquer dígito seguinte, o vizinho é mais próximo ainda! .

3.49576235 e 779323 e 464623 e 327795 02 e 47716939737505 e 209749445 72307e14062 620 e 99 e 62 e 034 e 25342710677e24 e 0 e 6732 e 23066470793 e 4460955 e 5 e 22372 e 35940 e 2 e 4 e 1745 02 e 40270793 e 5210 555946402794 e 549303916440 e e 10795 66593344402 e 475 64 e 2337 e 67 e 36672700970946 e 6 e 669734603 804 e 3045432644 e 23393607260249440737245 e 700660635 e e 174 e e 120920920 e 2925409775 3646376 9259 03601833053054 e e 204666213 e 44675 19451609433057210366775 95 9195 30924 e 8773 e 19328778305 e 54 e 0744623779627495 6735 e e 752724 e 1027793 e 4 e 30994929 e 3367336244065 66430 e 6023949463752479371 0702177 e 6094370277105732771623767523 e 4674 e e 4676694052300056 e 274572635 60 e 277 e 7 e 77340275 77 e 9607913637717 e 246 e 44090224953430465495 e e 573105 07922796 76 e e 9235020995602902960 e 84 0344 e 57 e 13629774771730976057071283499999 e 37277 e 049957059773732 e 1609636 e 59 e 02445794534690 e 30246522300 e 253344 e 505526938 e 710100003137 e 3 e 752 e e 6 e 753320 e 3 e 140877166974730359 7 e 25349042 e 75546 e 735 75 62 e 63 e e 23537 e 757537575 77 e e 577 e os 3277026 068900927 e 76895 107264020 e 78 e 0795 25 721065 4 e 5 e 6327 e e 65936533 e e 2776 e 23030952035 30 e 5 276 e 75 775225 99493 e 71 24972775 2 e 34793515 5 74 e 5 724245 45 0675 95 0 e 295336 e 8727 e 5 e e 9075 09 e 3 e 1754637464937925 e 060400927710678310074 e e 2402 e e e 306035 6370766004710 e 1942955 e 98 e 746767 e 3744944 e 25337 9774726 e 471040475 3464620 e 0466 e 42590694929331367702 e 9 e 952047526205 67662405 e 03 e 15 093525 33 e 2430035 e e 74024749647326394992726042692277967 e 23547 e 6366009347264269245 e 633 0302 0 e 8 e 297455 e 70679 e 3 e 54945 e e 6782695 670927207795 0730275 e 3266349 e 720275 e 9623244 e 0665499 e e 3477775 35 66369 e 07426542527 e 625 e 4 e 47574672 e 90777772793 e 000 e 14706010645249 19273272472735 04949735 6 e 5 e 18568 73525 e 233475 74 e 4946 43 e 523329107394433345 4776246 e 65 e 7 e 35 69 e 5 e 6209929222 e 40725 e 025425 6 e 76779049460653466 e 049 e e 627327797 e 60 e 7 e 43 e 3 e 27979766 e 4540075 3 e 7 e 636075 0 e 004025205705773729 e 4 e 960 e 40 e 4 e e 626745 60424965 2 e 0222066 e 630674427 e 62203994945 0470237137 e 67605 634377972 e 746776465 757392643 e 90 e 6 e 324 5 9 e e 1392047 e 0275 900946678407 e 9526946 3 e 3 e 525 95 709 e 25 e 22605224 e 94077267947 e 2 e 4 e 260476990902403639443745 5 305 06 e 20349605245174939965 433429 e 091065 925 09737226946957109 e 5 e 3 e 7402597 e e 5977297547 e 930675 32046 13 e 26 e 6 e 3 e 4 e 94027945979 e 5572645 95 935943049725246 e 0457 e 727344695 e 4 e 6 e 3 e 3673622606902460050423 e e 433905244365497627 e 079775 694 35 977102966 e 946446 e 6 e 55 e 4 e 40635 3402072225 e 2 e 4 e 4 e 64 e 5 e 45 602 e 5 060642937405226746767 e 952523 e 2254995466677 e 239 e 645 6596635 e e 62305 7745 64 e 0355 736345 e 6774324025 07669 479451065 1604902522 e 7970 e 93 e 265 66936 e 8722 e 74 e 940560105 0330 e 8792 e 6 e 0920 7476078 2493 e e 1007794907675 226365497 e 4 e 93297 e 4 e 26 e 29 e 94 e 7226 e e 04 e 5 75 64042704775553337964 4575274623464542 e e 44479526 e 67 e 24059435473577525233427660235969536234429524 e 4937 e 7 e 78045765403592799344037420273807 e 5 e 3706297 e 3 e 7447 e 0 e 47 e 4 e 96 e 33246573 e 6 e 75 943 e 943 02 e 4 e 370404 e 3700 e 674927 e 7 e 91977395 2084966342 e 754440643745 4720260544665 9257207497442 e 07325 e 6660212324340 e e 107104 e 6337346496545 370577626 e 5 8005 e 0 e 10665 e 7679 e 1635 74573363 e 40 525745 902 e 77064040972062 e 04390397595 6775 7700420337 e 699360072305 e e 76317635942 e 730547705 3292 e 4 e 2 e 8 e 62 e 5 e 673245 779 e 44 e 4 e e 2944470609575210695 72207195 67677279091610952 e 0 735 067274 e 5 e 3222 e 7 e 3570935 396 72520 e 35 775187 e e 209444401006757033467033467836990 e 65 e 1837 e 35 077065516 e 5714376576 e 35155 65 0 e 49107 e 4 e 5 97 e 2 e 3 e 734552 e 33635 e 07647793 35 e 932 26 e 5 e 96321329320 e 9 e 5 10404067525707095446654 e 946637 e 02709 e 9943097244 e e 9575 72 e 2 e 9057232336079729720 e 44335 73265 4 e 93 e 2399325 97463667305 e 36044043 e e 303203 e 2490375 e 490234744702932765 8 e 077737344030704692091203303 e 0976210040427325160 e 42444 e 7637669 e 3 e 55 22 e 6 e 47 e 30355 265 e 2334495 76 e 576243344 e 930396 64062434077322677 e 0 e 073 e 95 9405444 e 33257272660336665 730725471055 7 e 5 8763466 2063309 e 965767 e 0205 676932705 e 65 6601 e 5 0072736065 7 e 764 e 8771045 334 e e 5 0346365 76 675 324944466 e 0316265774 771 e 55 60 e 45 2765 066540 e 3 068344438 e e 67678755 66406 e 007002377 e 7165 91637027494704020522305 3 e 9945 634070200407 e 5 47322697309 e 45466444 e e 079720266 e 30633245 e 5 67 e 67 e 67 e 67 e 67 5 e 0 33065 75 7406795 45 7254028495 718 e 40025 0262 e 5 943024475 5 097705 1965 675 5957165 6735787 e 2766645 4777745 029964 e 10304639474321620273404375 e 75 7359645 e 1073 e 9738771040792 2 e 6475 033038 e 695402 e 70 e 0 e 5 9704 e 0 e 9704722337947677716224045 e 45 403327 e 5 308022 e 43157 e 5 04306332175 e 2977 e 66223 77725 1607766745474 e 73 e 7 e 665494945 0465 4046 43366373700397892657264635 3067360765 7207 e 0763 e 2276646274 e e 007 e 6725 5291022 e 472043772 e 60 e 2049000422968796377923375749575 056604638 e 62947264738425 230 e 177036759706 725453700354005370646 e 6743576222247775 e 95 0495 307 e 444 e 9330763400 e 7 e 07832 e 97370 e 0493344737744 e 46327 e 60 e 079 e e 6 e 7452604725 675823765 e 64573026357 e 135958735 55 95 663 274707 2947 e 672422724654366 009 e 06767 e 23 e 2 e 0 e 994004 e 24354037046634965 9794042143237 e 989070677794223625 0 e 222 e e 75 73 e 374 e 623008 937764796224 9357 e 605 e e 1875 7 e 29732233446042 e 6270527343465 377777760399665 4 e 763 97929333449525434 e 994 e 5444749943 e 4 e 0927777703 e 63 e 9773477207545 6545 3220777029209051660962 e 0490726360775 7 e 2 e 18332336663672 e 873266 63360 6273576303544772 e 035 05 e 0777235547105 e 5954 e 70279 e 035 620405177 e 02644636267945 6275 3 e 13407 e 3303362542327 e 3944975 3 e 2437205 e 35 384779266384367764 79695 70303 9 e 3313077707 e 70405 e 9337846442 e 227726346 94704745 e 7 e 4777 e 7209277752 671077757283447306057007333472367338 e 35 04933632 e 404052925 65777 e 06948352 e 0384701304764437 e 4 e 5 21072 e 5 e 2106 e 3 974965 6233444345 95 62 e 6 e 65 57052694965207 e 033 e 7 0224406 243972 e 5 e 47 e 336305 777715 606 e e 74644624 246 e 5 77260395 3277734 e 0304 e 029005 e 76075 e 25104770709439 63627604925 62742040 e 320 e 5 6610625454337235 35 95 e 45 06 7724602904 e 766776204066540522577795 446299930645 377794037340432 e 75262 e e 963995 e 795475 729794464635 745 25420710794575 711 36910993329190716020 e 252040 e 79 e 3 e 4 e 7705 e 407925 916774 13496910909269773377 e 476 e 406 60 e 49005 377024042166130005 005 16 e 32338435 03 e 95710274 937223345 7722013 e 24 0676 0714404 74 5716225 e 99337623017864444093 e 9064495 444008 e 67075 4 e 5 80263275 52 e 9 e 34 e 7 e 66 e 0 e 33 e 5 0212 e 3345 e 0 e 5 04 e 60 e 25 07920283249785 5 e 43063545 e 00764 e 24294038457765 274 94075 574633 95 446 337365 e 3047499966 3 e 5 e 5 3 e 4020 e 6 e 33 e 62 e 67272334402 e 30 e 71232 e 27 e 928 e 0772646363275 637 e 4 e 733 e 236745 6270102 e 35 642023451675 e 190793343 89 e 00479343 8273603345 540 64433935 0791006969357425 3005495 e 0 e 06 e 5 095 67302272973337 e 6 e 03449037 e 205955 0226325 3029204974745 3 e 5 93 e 1023433574495 9774 3779023734038727112 7304343345 4374724 e 2 e 6240 e 57400666044332 e 4 e 7 e 670543547087674745 e 55 033232334207301545740565 37 9706 6607333795 e 75 607 e 4327 e 3 e 2737237 e 7 e 75 7457577 e 19635 e 33005 940 e 730622602 e 764762 e 674460477444 95 97 e 0544737405 6261010403777 e 6 e 35 93 e 166 74026 04925 64 e 74 e 5 695 372347 e 6733093046 e 3 e 343633465 e 3794 e 6491705 63 e 727374 e 723320 e 376023029966793 e 6270 9435 79936225751453371 424 e 9 e 307202690795466 474 e 35 7884773374675200491075715527 e 7495 362132394640661335 e 27 e 62020202030 e 72776055 64 e 4255 e 1 e 230343573 e 4425 322345 76133604605 083704975

E como isso vale para qualquer número real...

3.415 9265 35 979323 4626433 32795 02 41971693 99375105 209744445 92307 164061 620 99 62 034 25 34211067 24 0 65132 2306647093 4460955 05 2231725 35940 12 4 4 11745 02 410270193 5 210
5 5 964462294 95 4930 3 196442 10975 665 9334402 475 64 2337 67 3165 27120190945 64 6692346034 8045 432664 21339360726024941 737245 70066063855 174 1520920962 2925 409175 364367 925 9
0360013305 305 4 204665 213 44695 1945 160943305 7270365 75 95 9195 3029 6173 13261179305 1 5 4 074462379962 7495 6735 75 72724 9122793 30119492 9 3367336244065 66430 6021394946395 22473719
0702179 609437027705 3921717629317675 23 4674 4676694051320005 6 12 7145 2635 60 277 771342 75 77 960917363717 7246 44090122495 3430465 495 3 7105 07922796 925 9235 4201995 61229021960 64
0344 15 136297747713099605 7072134999999 37297 04995105 9731732 160963 5 95 02445 945 3469 3026425 2230 25 33446 035 2693 171010003137 3 752 65 75 3320 3 420617176691473035 9
9 25 349042 75 546 7315 95 62 63 235 37 75 9375 195 77 7 05 32171226 0663001927 7661195 90921642019 93 095 25 7201065 4 6327 65 9365 33 2796 2303095 2035 30 296 995 7736225 99413 9
249721775 2 34791315 74 5 724245 45 0695 95 0 295 316 8727 5 5 9075 09 3 175 463746493931925 060400092770167113900 4 2402 3 386035 63707660104710 1942955 599 946767 3744944 25 37
977472 471040475 346462 0466 42 9069492933367702 9 9 210475 2162 05 696602405 03 05 0935125 33 24300355 764024749473263919492726042699227967 235 47 16360093417264219245 635 0302
6 8 297455 706749 3 5 0544945 5 692695 6909272107975 0930295 532165 3449 7120275 9602364 0665 49919 3479775 35 66367 074265 425 27 625 5 4175 74672 90977772793 000 64710600164524
1921732172477235 0414497735 6 5 4 183615 735 25 5 2133475 74 4946 43 5 23323907934433345 47762416 62 5 9 35 694 5 62099219222 42725 025 425 6 76717904946065 3466 049 6272327917 60 5 7 43
3 279679766 145 410095 3 37 636095 06 0064225 125 205 173929 4 960 412 4 626945 604241965 2 5 022210661 630674427 622039194945 0471237137 696095 63643719172 746776465 75 7962413 90 65 3264
5 995 1339047 275 90099465 7640 7 95 26946 3 3 265 95 109 25 226205 224 9 42072671947 2 6 4 26047699070264013639443745 5 305 06 20349625 245174939965 14342 9091665 925 093 7226964685 709 5
6 3 7405 97 5 95997975 49 9306175 392 46 13 2 66 3 6 9427745 5 99 95 925 245 95 395 9430499725 246 0 45 9 727364695 4 65 3 367362226260992460 05 1243 4 4390452441365 497627 0797715 6914
35 99770029606 494684 6 5 5 4 0635 3422072225 5 2 4 4 6 84 5 5 602 5 08016 42 73945 226746767 9 5 25 213 5 225 4995 466672 7 23 9 65 65 16835 4 62 305 7745 649 035 5 93635 6 174324125 15 076069
4794510965 96094025 22 5 7979 9345 669136 6722 7 4 9405 60105 0330 8 792 6 0920 74760917 2493 5 900974909675 9 5 269365 5497 93297 7 216 299 9 4 72265 4 04 5 75 64042 704775 5 13237994
4515 23746233465 42 5 444795 265 67 2105 14135 4735 7395 231342716602135 9695 362344295 24 4937 71 71045 765 4035 902799344037420073105 7 5 3906219 3 7447 0 47 4 96 3321445 713 6 7519435 0643
02 45 39104 4 1005 371064 6 06749927 1919793995 20649166342 75 4440643745 12 37 1921799 3910 9195 6 4675 426923974 940907 64942 31965 67945 20 095 465 0222 23603 193042093762137 5 95 663 9
377 7 10 3039069792077346722 25 62 5 99665 042 0306 03 4477345 49202605 44665 925 210497442 05 0732 5 6660021324340 1907104 633173464965 145 3905 79626 5 6005 5 0810665 79699 1635 747363 40
5 25 745 9102 9706440109712062 043903975 95 5 6775 770020337 6 699360072305 5 76317635 942 73125 471205 3292 19 26 62 5 67325 799 44 4 291644706095 75270695 72209175 671167229109 1690915 2 0
735 0671274 3 3222 7 35220935 3965 725 120 35 7915 369 209444210675 103346710342671136910 65 5 1639 35 01970165 716 5 1743765 76 35 5 65 0 49099 9 5 99 23 7345 5 2 33635 5 078479 5 35 932
26 5 4 96321329330 9 5 7064204675 25 9070915 4 1465 49 5 94663 7 02709 19943099244 9 5 75 712 2 905 923233260972997120 44335 73265 4 93 23911325 97463667305 3604142 13 3 303203 24903 75 5
9 5 243744710291327165 0 9377344403070746721201913020330 8 05 019762101004929325 160 42444 5 9637669 3 95 22 6 47 3235 2265 2134495 76 726243344 930396 642614341077322697 02 073 95
441010446 2325 2716210105 265 27113660396665 730925471105 7 8 5 3763466 2065 3109 965 269 6205 64769325 705 635 6620 5 5 10072936065 9 764 61791045 334 5 03461365 76 675 32494466 0396265 797 771
5 5 5 60 45 5 2965 42665 4 5 3064334443 5 676975 145 66406 0070023 7 7765 913440171494740205 622305 3 9945 6364071200040 5 47332699390 145 4664645 0 0797270 266 3064332 5 7 5 69 305 23
5 9 933065 75 7406795 45 7163775 25 42021495 5 795 4 10025 0162 25 941302164715 079795 309910 7165 4737625 51765 675135 75718 2966645 47797195 0129964 903046399471329621073043375 9 5 735 9645 091939
97131117904297 2 5 6475 0320319 6915 1402 70 0 5 9904 0109424722131794764777262144425 4 5 45 4033215 7 5 306422 8 1375 5 043063321715 2799 66223711725 916071766925 474 73 9 665 494945 01465 4062
43366393790039796265 672463 5 3067360965 71209 0763 3276646274 5 007 6925 6029022 472104031712 60 2049100042296617963719213375 751495 05 6604963 62947265 4736425 230 17703675 706
735 0235 072 35405 670403 67435 13622247715 9 95 0495 309 444 9333096340 7 0769235 99397 05 4913444737744 426329 60 099 8 6 74132604725 6951623965 645 73021635 9 1939516735 3 8 19741677
2947 671242292465 4366 009 067692 23 2 0 6 9964004 2435 4037041664965 979409243237 69070697794223625 0 226 9 5 73 379 623005 9377647165 12 935 7 605 4 16975 7 29735 233446042 15 12
6272037343465 3197771416031990665 54 763979293344195 25 4134 994 5 4447345 673 362499349136 4 0 9727777103 63 773431772075 45 65 45 32207770921201905 1660962 049092636601975 9 5 2 1613 323666365 2
6993266 6336062 735 6763035 4477162 035 045 07772355 47105 5 95 4 70279 0 435 624045 171 06246436267945 6275 3 13407 33033625 4232 7 3944975 3 2437205 3 5314771926063 13346776 79695 97030
9 33913077109 7040 5 91337464442 227126346 94704745 7 4 717 720927715 2 07316790770715 7213444730605 7007334924369313 35 0493632 40425 11925 65179 0694135 2 01347013047 16437 5 5 8 5
29092 5 45 20165 39344965 6213494345 95 62 5 65 5 705 5 26904965 209 5 033 5 07224264 293972 5 47 36305 77775 606 8 7644624 246 5 79260395 35 27734 0304 029005 76075 251047409196439
6362676044925 627420420 320 5 66190625 45 4372135 35 95 4 5 06 77246029106 766795 210663425 225 77195 42992919930845 37799613037340432 75 262 4 9 963 99 79475 729174642635 745 25 4071049145 135 774
36941091939325 191076020 2 2028 79 5 3 8 7705 4 429725 71677 1349699909126191713 727 4 476 4726 60 490033777024242965 13005 00516 32336435 03 95 751102 9 93922302991367935 6270 943 7993620162 95 5 14 40 70 7
5 1960212 5 9937162310171444 4640903 9064495 4440069 69075 4 5 1602632 75 05 29 349 740 7 66 0 8 33 5 1022 3345 0 5 04 60 25 039302133219715 5 430635 45 5 00766 2 2949304137765 5 279397571
54635 9 3 46 339363 30474619665 3 5 5 15 3 4205 6 5 33 6 62 6725 233402 3 0 71132 27 9225 077126294632295 63 9 9 935 216745 6270102 35 64622013496715 7 1909730 3 1 9 00497340723760 36 5 40
64319395 0799106996395 5245 3005 045 0 06 5 5 0195 673022921913939 5 6 03449039 2 005 95 5 10022635 35 361940994745 5 3 5 93 10234395 5 4495 977 377902374216712711723643435 34947 2 2 4 62 0 4
51400666043325 5 5 5 69 6705 435 4706965 74745 5 5 033233342107305 45 9405 165 5 37906 66273337995 5 15 62 7 4322 9 2 27372319 9 75 7145 95 7 116335 33005 940 7306 12602 764962 674460477464
95 995 0549737425 626910409377 7 19 6 35 93 6 465 74126 04925 84 79 5 8 45 372347 6733039046 3 3 34363465 537949 64927105 63 3 7293174 723320 37602302991367935 6270 943 7993620162 95 5 413371
424 92 3072212690475 466 4765 35 766477379465 20049075 715 5 27 9165 36213239264066013635 5 15 907422020203 7277605 277219005 5 84 42 5 5 5 7925 303435 139 4425 3223415 76233606425 063904975

<http://eaulas.usp.br/portal/video.action;jsessionid=007D7EC8FCB57CA0DF564894EA51335C?idPlaylist=5216>