

FIGURA 14

A que distância à direita da origem você estará quando o gráfico de $y = e^x$ ultrapassar 1 milhão? O próximo exemplo mostra a rapidez do crescimento dessa função, dando uma resposta a essa pergunta que poderá surpreendê-lo.

EXEMPLO 4 Use uma ferramenta gráfica para encontrar os valores de x para os quais $e^x > 1\,000\,000$.

SOLUÇÃO Na Figura 15 fizemos os gráficos da função $y = e^x$ e da reta horizontal $y = 1\,000\,000$. Vemos que essas curvas se interceptam quando $x \approx 13,8$. Assim, $e^x > 10^6$ quando $x > 13,8$. Talvez seja surpreendente que os valores da função exponencial já ultrapassem 1 milhão quando x é somente 14.

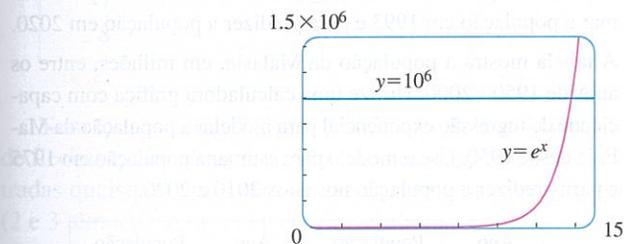


FIGURA 15

1.5 Exercícios

1-4 Utilize a Propriedade dos Exponentes para reescrever e simplificar a expressão.

- (a) $\frac{4^{-3}}{2^{-8}}$ (b) $\frac{1}{\sqrt[3]{x^4}}$
- (a) $8^{4/3}$ (b) $x(3x^2)^3$
- (a) $b^8(2b)^4$ (b) $\frac{(6y^3)^4}{2y^5}$
- (a) $\frac{x^{2n} \cdot x^{3n-1}}{x^{n+2}}$ (b) $\frac{\sqrt{a\sqrt{b}}}{\sqrt[3]{ab}}$

- (a) Escreva uma equação que defina a função exponencial com base $a > 0$.
 (b) Qual o domínio dessa função?
 (c) Se $a \neq 1$, qual a imagem dessa função?
 (d) Esboce a forma geral do gráfico da função exponencial nos seguintes casos.

- (i) $a > 1$ (ii) $a = 1$ (iii) $0 < a < 1$

- (a) Como é definido o número e ?
 (b) Qual o valor aproximado de e ?
 (c) Qual a função exponencial natural?

7-10 Faça em uma mesma tela os gráficos das funções dadas. Como esses gráficos estão relacionados?

- $y = 2^x, y = e^x, y = 5^x, y = 20^x$
- $y = e^x, y = e^{-x}, y = 8^x, y = 8^{-x}$
- $y = 3^x, y = 10^x, y = (\frac{1}{3})^x, y = (\frac{1}{10})^x$
- $y = 0,9^x, y = 0,6^x, y = 0,3^x, y = 0,1^x$

11-16 Faça um esboço do gráfico de cada função. Não use a calculadora. Use somente os gráficos dados nas Figuras 3 e 13 e, se necessário, as transformações da Seção 1.3.

- $y = 10^{x+2}$
- $y = (0,5)^x - 2$

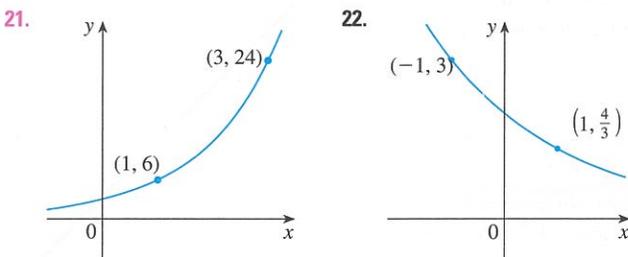
13. $y = -2^{-x}$ 14. $y = e^{|x|}$
 15. $y = 1 - \frac{1}{2}e^{-x}$ 16. $y = 2(1 - e^x)$

17. Começando com o gráfico de $y = e^x$, escreva as equações correspondentes aos gráficos que resultam ao
 (a) deslocar 2 unidades para baixo
 (b) deslocar 2 unidades para a direita
 (c) refletir em torno do eixo x
 (d) refletir em torno do eixo y
 (e) refletir em torno do eixo x e, depois, do eixo y
18. Começando com o gráfico de $y = e^x$, encontre as equações dos gráficos que resultam ao
 (a) refletir em torno da reta $y = 4$
 (b) refletir em torno da reta $x = 2$

19–20 Encontre o domínio de cada função.

19. (a) $f(x) = \frac{1 - e^{x^2}}{1 - e^{1-x^2}}$ (b) $f(x) = \frac{1 + x}{e^{\cos x}}$
 20. (a) $g(t) = \text{sen}(e^{-t})$ (b) $g(t) = \sqrt{1 - 2^t}$

21–22 Encontre a função exponencial $f(x) = Ca^x$ cujo gráfico é dado.



23. Se $f(x) = 5^x$, mostre que

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = 5^x \left(\frac{5^h - 1}{h} \right)$$

24. Suponha que você receba uma oferta para trabalhar por apenas um mês. Qual das seguintes formas de pagamento você prefere?
 I. Um milhão de dólares no fim do mês.
 II. Um centavo de dólar no primeiro dia do mês, dois centavos no segundo dia, quatro centavos no terceiro dia, e, em geral, 2^{n-1} centavos de dólar no n -ésimo dia.
25. Suponha que os gráficos de $f(x) = x^2$ e $g(x) = 2^x$ sejam feitos sobre uma malha coordenada onde a unidade de comprimento seja 1 centímetro. Mostre que, a uma distância de 1 m à direita da origem, a altura do gráfico de f é 100 m, mas a altura do gráfico de g é maior que 10²⁵ km.
26. Compare as funções $f(x) = x^5$ e $g(x) = 5^x$ por meio de seus gráficos em várias janelas retangulares. Encontre todos os pontos de

intersecção dos gráficos corretos até uma casa decimal. Para grandes valores de x , qual função cresce mais rapidamente?

27. Compare as funções $f(x) = x^{10}$ e $g(x) = e^x$ traçando os gráficos de f e g em várias janelas retangulares. Quando finalmente o gráfico de g ultrapassa o de f ?
28. Use um gráfico para estimar os valores de x tais que $e^x > 1\,000\,000\,000$.
29. Sob condições ideais sabe-se que uma certa população de bactérias dobra a cada 3 horas. Supondo que inicialmente existam 100 bactérias:
 (a) Qual o tamanho da população após 15 horas?
 (b) Qual o tamanho da população após t horas?
 (c) Qual o tamanho da população após 20 horas?
 (d) Trace o gráfico da função população e estime o tempo para a população atingir 50 000 bactérias.
30. Uma cultura de bactérias começa com 500 indivíduos e dobra de tamanho a cada meia hora.
 (a) Quantas bactérias existem após 3 horas?
 (b) Quantas bactérias existem após t horas?
 (c) Quantas bactérias existem após 40 minutos?
 (d) Trace o gráfico da função população e estime o tempo para a população atingir 100 000 bactérias.

31. Utilize uma calculadora gráfica com capacidade para regressão exponencial para modelar a população mundial com os dados de 1950 a 2000 da Tabela 1 da página 51. Use o modelo para estimar a população em 1993 e para prever a população em 2020.
32. A tabela mostra a população da Malásia, em milhões, entre os anos de 1950 - 2000. Utilize uma calculadora gráfica com capacidade de regressão exponencial para modelar a população da Malásia desde 1950. Use o modelo para estimar a população em 1975 e para prever a população nos anos 2010 e 2020.

Ano	População	Ano	População
1950	6,1	1980	13,8
1955	7,0	1985	15,7
1960	8,1	1990	17,8
1965	9,5	1995	20,4
1970	10,9	2000	23,0
1975	12,3		

33. Se você traçar o gráfico da função
- $$f(x) = \frac{1 - e^{1/x}}{1 + e^{1/x}}$$
- você verá que f parece ser uma função ímpar. Demonstre isso.
34. Trace o gráfico de diversos membros da família de funções
- $$f(x) = \frac{1}{1 + ae^{bx}}$$
- onde $a > 0$. Como o gráfico muda conforme b varia? Como ele muda conforme a varia?