e seu gráfico é ilustrado na Figura 19. Ela não está definida quando $\cos x = 0$, isto é, quando $x = \pm\pi/2, \pm 3\pi/2, \ldots$. Sua imagem é $(-\infty, \infty)$. Observe que a função tangente tem período π:

$$\operatorname{tg}(x + \pi) = \operatorname{tg} x \qquad \text{para todo } x$$

As três funções trigonométricas remanescentes (cossecante, secante e cotangente) são as recíprocas das funções seno, cosseno e tangente. Seus gráficos estão no Apêndice D.

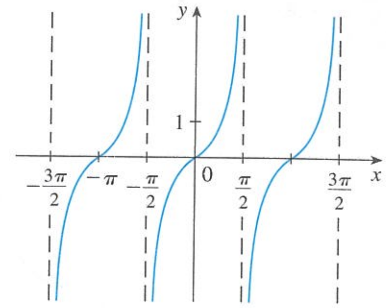
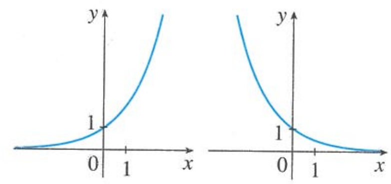


FIGURA 19
$y = \operatorname{tg} x$

Funções Exponenciais

As **funções exponenciais** são da forma $f(x) = a^x$, em que a base a é uma constante positiva. Os gráficos de $y = 2^x$ e $y = (0,5)^x$ são indicados na Figura 20. Em ambos os casos, o domínio é $(-\infty, \infty)$ e a imagem é $(0, \infty)$.

As funções exponenciais serão estudadas em detalhes na Seção 1.5 e veremos que elas são úteis na modelagem de muitos fenômenos naturais, como crescimento populacional (se $a > 1$) e decaimento radioativo (se $a < 1$).



(a) $y = 2^x$ (b) $y = (0,5)^x$

FIGURA 20

Funções Logarítmicas

As **funções logarítmicas** $f(x) = \log_a x$, onde a base a é uma constante positiva, são inversas das funções exponenciais e serão estudadas na Seção 1.6. A Figura 21 mostra os gráficos de quatro funções logarítmicas com várias bases. Em cada caso o domínio é $(0, \infty)$, a imagem é $(-\infty, \infty)$ e as funções crescem vagarosamente quando $x > 1$.

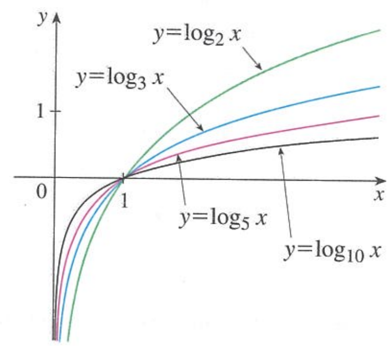


FIGURA 21

EXEMPLO 5 Classifique as funções a seguir em um dos tipos discutidos.

(a) $f(x) = 5^x$ (b) $g(x) = x^5$

(c) $h(x) = \dfrac{1 + x}{1 - \sqrt{x}}$ (d) $u(t) = 1 - t + 5t^4$

SOLUÇÃO

(a) $f(x) = 5^x$ é uma função exponencial. (x é o expoente.)

(b) $g(x) = x^5$ é a função potência. (x é a base.) Podemos também considerá-la um polinômio de grau 5.

(c) $h(x) = \dfrac{1 + x}{1 - \sqrt{x}}$ é uma função algébrica.

(d) $u(t) = 1 - t + 5t^4$ é um polinômio de grau 4.

1.2 Exercícios

1–2 Classifique cada função como uma função potência, função raiz, função polinomial (estabeleça seu grau), função racional, função algébrica, função trigonométrica, função exponencial ou função logarítmica.

1. (a) $f(x) = \log_2 x$ (b) $g(x) = \sqrt[4]{x}$

(c) $h(x) = \dfrac{2x^3}{1 - x^2}$ (d) $u(t) = 1 - 1{,}1t + 2{,}54t^2$

(e) $v(t) = 5^t$ (f) $w(\theta) = \operatorname{sen}\theta \cos^2\theta$

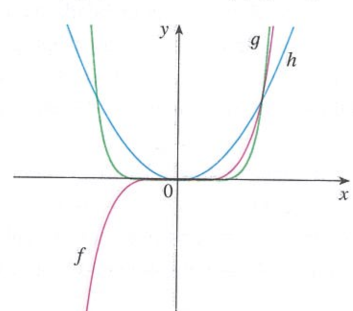
2. (a) $y = \pi^x$ (b) $y = x^\pi$

(c) $y = x^2(2 - x^3)$ (d) $y = \operatorname{tg} t - \cos t$

(e) $y = \dfrac{s}{1 + s}$ (f) $y = \dfrac{\sqrt{x^3 - 1}}{1 + \sqrt[3]{x}}$

3–4 Associe cada equação a seu gráfico. Explique sua escolha. (Não use computador ou calculadora gráfica.)

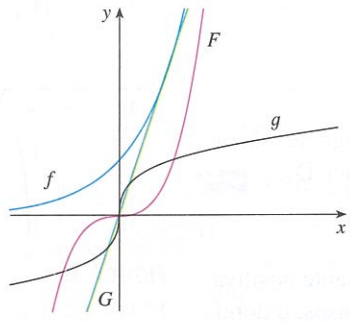
3. (a) $y = x^2$ (b) $y = x^5$ (c) $y = x^8$



É necessário usar uma calculadora gráfica ou computador

1. As Homework Hints estão disponíveis em www.stewartcalculus.com

4. (a) $y = 3x$ (b) $y = 3^x$
(c) $y = x^3$ (d) $y = \sqrt[3]{x}$

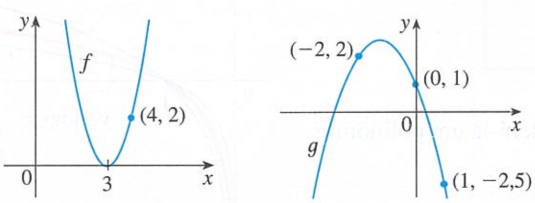


5. (a) Encontre uma equação para a família de funções lineares com inclinação 2 e esboce os gráficos de vários membros da família.
(b) Encontre uma equação para a família de funções lineares tais que $f(2) = 1$ e esboce os gráficos de vários membros da família.
(c) Qual função pertence a ambas as famílias?

6. O que todos os membros da família de funções lineares $f(x) = 1 + m(x + 3)$ têm em comum? Esboce os gráficos de vários membros da família.

7. O que todos os membros da família de funções lineares $f(x) = c - x$ têm em comum? Esboce os gráficos de vários membros da família.

8. Encontre expressões para as funções quadráticas cujos gráficos são mostrados abaixo.



9. Encontre uma expressão para uma função cúbica f se $f(1) = 6$ e $f(-1) = f(0) = f(2) = 0$.

10. Estudos recentes indicam que a temperatura média da superfície da Terra vem aumentando continuamente. Alguns cientistas modelaram a temperatura pela função linear $T = 0{,}02t + 8{,}50$, em que T é a temperatura em ºC e t representa o número de anos desde 1900.
(a) O que a inclinação e a intersecção com o eixo T representam?
(b) Use a equação para prever a temperatura média global em 2100.

11. Se a dose de uma medicação recomendada para um adulto é D (em mg), então, para determinar a dosagem apropriada c para uma criança com a anos de idade, os farmacêuticos usam a equação $c = 0{,}0417D(a + 1)$. Suponha que a dosagem para um adulto seja 200 mg.
(a) Encontre a inclinação do gráfico de c. O que ela representa?
(b) Qual é a dosagem para um recém-nascido?

12. Um administrador de bazar de fim de semana sabe por experiência que se cobrar x dólares pelo aluguel de espaço no bazar o número y de espaços que ele conseguirá alugar é dado pela equação $y = 200 - 4x$.
(a) Esboce o gráfico dessa função linear. (Lembre-se de que o aluguel cobrado pelo espaço e o número de espaços alugados não podem ser quantidades negativas.)
(b) O que representam a inclinação, a intersecção com o eixo y e a intersecção com o eixo x?

13. A relação entre as escalas de temperatura Fahrenheit (F) e Celsius (C) é dada pela função linear $F = \frac{9}{5}C + 32$.
(a) Esboce o gráfico dessa função.
(b) Qual a inclinação do gráfico e o que ela representa? O que representa a intersecção com o eixo F do gráfico?

14. Kelly parte de Winnipeg às 14 h e dirige a uma velocidade constante para oeste na rodovia Trans-Canadá. Ela passa por Brandon, a 210 km de Winnipeg, às 16 h.
(a) Expresse a distância percorrida em função do tempo decorrido.
(b) Desenhe o gráfico da equação da parte (a).
(c) Qual é a inclinação desta reta? O que ela representa?

15. Biólogos notaram que a taxa de cricridos de uma certa espécie de grilo está relacionada com a temperatura de uma maneira que aparenta ser quase linear. Um grilo cricrila 112 vezes por minuto a 20 ºC e 180 vezes por minuto a 29 ºC.
(a) Encontre uma equação linear que modele a temperatura T como uma função dos números de cricridos por minuto N.
(b) Qual é a inclinação do gráfico? O que ela representa?
(c) Se os grilos estiverem cricrilando 150 vezes por minuto, estime a temperatura.

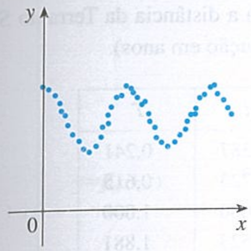
16. Um administrador de uma fábrica de móveis descobre que custa \$ 2.200 para fabricar 100 cadeiras em um dia e \$ 4.800 para produzir 300 cadeiras em um dia.
(a) Expresse o custo como uma função do número de cadeiras produzidas, supondo que ela seja linear. A seguir, esboce o gráfico.
(b) Qual a inclinação do gráfico e o que ela representa?
(c) Qual a intersecção com o eixo y do gráfico e o que ela representa?

17. Na superfície do oceano, a pressão da água é igual à do ar acima da água, 1,05 kg/cm². Para cada metro abaixo da superfície, a pressão da água cresce 0,10 kg/cm².
(a) Expresse a pressão da água como uma função da profundidade abaixo da superfície do oceano.
(b) A que profundidade a pressão é de 7 kg/cm²?

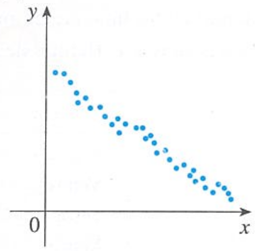
18. O custo mensal do uso de um carro depende do número de quilômetros rodados. Lynn descobriu que em maio custou US\$ 380 para dirigir 768 km e em junho, US\$ 460 para dirigir 1.280 km.
(a) Expresse o custo mensal C como uma função da distância percorrida d, presumindo que a relação linear proporciona um modelo adequado.
(b) Use a parte (a) para predizer o custo quando forem percorridos 2.400 km por mês.
(c) Esboce o gráfico da função. O que a inclinação representa?
(d) O que representa a intersecção com o eixo y?
(e) Por que uma função linear é um modelo apropriado nessa situação?

19–20 Para cada diagrama de dispersão, decida qual tipo de função você escolheria como um modelo para os dados. Explique sua escolha.

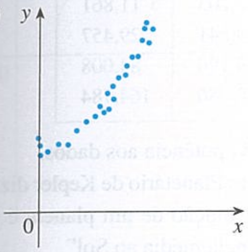
19. (a)



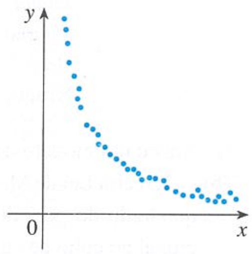
(b)



20. (a)



(b)



21. A tabela mostra as taxas de úlcera péptica (medida no decurso de toda vida) a cada 100 habitantes, de várias rendas familiares, conforme divulgado em 1989 pelo National Health Interview Survey.

Rendimento	Taxa de úlcera (por população de 100)
\$4.000	14,1
\$6.000	13,0
\$8.000	13,4
\$12.000	12,5
\$16.000	12,0
\$20.000	12,4
\$30.000	10,5
\$45.000	9,4
\$60.000	8,2

(a) Faça um diagrama de dispersão desses dados e decida se um modelo linear seria apropriado.

(b) Faça um gráfico de modelo linear usando o primeiro e o último pontos.

(c) Encontre e faça um gráfico da reta de regressão por mínimos quadrados.

(d) Use o modelo linear de (c) para estimar a taxa de úlcera correspondente a uma renda de \$ 25.000.

(e) De acordo com o modelo, qual a chance de alguém com uma renda de \$ 80.000 sofrer de úlcera péptica?

(f) Você acha razoável aplicar o modelo a alguém com uma renda de \$ 200.000?

22. Biólogos observaram que a taxa de cricridos dos grilos de uma certa espécie aparentemente está relacionada com a temperatura. A tabela mostra as taxas de canto para várias temperaturas.

Temperatura (°C)	Taxa de canto (cricridos/min)	Temperatura (°C)	Taxa de canto (cricridos/min)
20	113	30	188
22	128	32	203
24	143	34	218
26	158	36	233
28	173		

(a) Faça um diagrama de dispersão dos dados.

(b) Encontre e faça um gráfico da reta de regressão.

(c) Use o modelo linear da parte (b) para estimar a taxa de cricridos a 40°C.

23. A tabela dá as alturas vencedoras do salto com vara nas Olimpíadas de até 2004.

Ano	Altura (m)	Ano	Altura (m)
1896	3,30	1960	4,70
1900	3,30	1964	5,10
1904	3,50	1968	5,40
1908	3,71	1972	5,64
1912	3,95	1976	5,64
1920	4,09	1980	5,78
1924	3,95	1984	5,75
1928	4,20	1988	5,90
1932	4,31	1992	5,87
1936	4,35	1996	5,92
1948	4,30	2000	5,90
1952	4,55	2004	5,95
1956	4,56		

(a) Faça um diagrama de dispersão e decida se um modelo linear é apropriado.

(b) Encontre e faça um gráfico da reta de regressão.

(c) Use o modelo linear para predizer qual a altura vencedora nas Olimpíadas de 2008 e compare com a altura vencedora de 5,96 m.

(d) É razoável usar o modelo para predizer a altura vencedora para as Olimpíadas de 2100?

24. A tabela mostra a porcentagem da população da Argentina que vivia em áreas rurais de 1955 a 2000. Encontre um modelo para os dados e utilize-o para estimar a porcentagem rural em 1988 e 2002.

Ano	Porcentagem rural	Ano	Porcentagem rural
1955	30,4	1980	17,1
1960	26,4	1985	15,0
1965	23,6	1990	13,0
1970	21,1	1995	11,7
1975	19,0	2000	10,5

25. Muitas quantidades físicas são conectadas pelas *leis quadradas inversas*, isto é, pelas funções potências da forma $f(x) = kx^{-2}$. Em particular, a iluminação de um objeto pela fonte de luz é inversamente proporcional ao quadrado da distância da fonte. Suponha que após escurecer, você está em um quarto com somente uma lâmpada e está tentando ler um livro. A iluminação é muito escura e então você precisa mover até um certo ponto para a lâmpada. Qual é a intensidade desta luz?

26. Faz sentido que quanto maior a área, maior a quantidade de espécies que habitam a região. Muitos ecologistas modelaram a relação espécie-área com uma função potência e, em particular, a quantidade de espécies de morcegos vivendo em cavernas no México Central foi relatada à área de superfície A de cavernas pela equação $S = 0{,}7A^{0{,}3}$.

(a) A caverna chamada *Misión Imposible* próxima de Puebla, México, tem uma área de superfície de $A = 60\ \text{m}^2$. Quantas espécies de morcegos se esperaencontrar nesta caverna?

(b) Se você descobrir que quatro espécies de morcego vivem em uma caverna, estime a área da caverna.

27. A tabela mostra a quantidade N de espécies de répteis e anfíbios habitando as ilhas caribenhas e a área A da ilha em quilômetros quadrados.

Ilha	A	N
Saba	10	5
Monserrat	104	9
Porto Rico	8.958	40
Jamaica	11.423	39
Hispaniola	76.184	84
Cuba	114.511	76

(a) Utilize a função potência para modelar N como uma função de A.

(b) A ilha caribenha de Dominica tem uma área de 754 km^2. Quantas espécies de répteis e anfíbios você espera encontrar em Dominica?

28. A tabela mostra as distâncias médias d dos planetas ao Sol (tomando como unidade de medida a distância da Terra ao Sol) e seus períodos T (tempo de revolução em anos).

Planeta	d	T
Mercúrio	0,387	0,241
Vênus	0,723	0,615
Terra	1,000	1,000
Marte	1,523	1,881
Júpiter	5,203	11,861
Saturno	9,541	29,457
Urano	19,190	84,008
Netuno	30,086	164,784

(a) Ajuste um modelo de função potência aos dados.

(b) A Terceira Lei de Movimento Planetário de Kepler diz que "O quadrado do período de revolução de um planeta é proporcional ao cubo de sua distância média ao Sol".
Seu modelo confirma a Terceira Lei de Kepler?

1.3 Novas Funções a Partir de Conhecidas

Nesta seção, partimos das funções básicas definidas na Seção 1.2 e obtemos novas funções por deslocamento, expansão ou reflexão de seus gráficos. Vamos mostrar também como combinar pares de funções por meio de operações aritméticas ordinárias e por composição.

Transformações de Funções

Aplicando certas transformações aos gráficos de uma função obtemos o gráfico de funções relacionadas. Isso nos capacita a fazer o esboço de muitas funções à mão e nos permite também escrever equações para gráficos dados. Vamos considerar inicialmente as **translações**. Se c for um número positivo, então o gráfico de $y = f(x) + c$ é tão-somente o gráfico de $y = f(x)$ deslocado para cima em c unidades (uma vez que cada coordenada y fica acrescida pelo mesmo número c). Da mesma forma, se fizermos $g(x) = f(x - c)$, onde $c > 0$, então o valor de g em x é igual ao valor de f em $x - c$ (c unidades à esquerda de x). Portanto, o gráfico de $y = f(x - c)$ é precisamente o de $y = f(x)$ deslocado c unidades para a direita (veja a Figura 1).

Deslocamentos Verticais e Horizontais Suponha $c > 0$. Para obter o gráfico de

$y = f(x) + c$, desloque o gráfico de $y = f(x)$ em c unidades para cima;

$y = f(x) - c$, desloque o gráfico de $y = f(x)$ em c unidades para baixo;

$y = f(x - c)$, desloque o gráfico de $y = f(x)$ em c unidades para a direita;

$y = f(x + c)$, desloque o gráfico de $y = f(x)$ em c unidades para a esquerda.

Vamos considerar agora as transformações de **expansão** e **reflexão**. Se $c > 1$, então o gráfico de $y = cf(x)$ é o gráfico de $y = f(x)$ expandido por um fator c na direção vertical (pois cada coordenada y fica multiplicada pelo mesmo número c). O gráfico de $y = -f(x)$ é o gráfico de $y = f(x)$ refletido em torno do eixo x, pois o ponto (x, y) é substituído pelo ponto $(x, -y)$. (Veja a Figura 2 e a tabela a seguir, onde estão os resultados de várias transformações de expansão, compressão e reflexão.)