

3.6 Exercícios

1. Explique por que a função logarítmica natural $y = \ln x$ é usada mais vezes no cálculo do que as outras funções logarítmicas $y = \log_a x$.

2–22 Derive a função.

2. $f(x) = x \ln x - x$

3. $f(x) = \sin(\ln x)$

5. $f(x) = \sqrt[3]{\ln x}$

7. $f(x) = \log_{10}(x^3 + 1)$

9. $f(x) = \sin x \ln(5x)$

11. $g(x) = \ln(x\sqrt{x^2 - 1})$

13. $G(y) = \ln \frac{(2y + 1)^5}{\sqrt{y^2 + 1}}$

15. $F(s) = \ln \ln s$

17. $y = \operatorname{tg}[\ln(ax + b)]$

19. $y = \ln(e^{-x} + xe^{-x})$

21. $y = 2x \log_{10} \sqrt{x}$

4. $f(x) = \ln(\sin^2 x)$

6. $f(x) = \ln \sqrt[3]{x}$

8. $f(x) = \log_5(xe^x)$

10. $f(u) = \frac{u}{1 + \ln u}$

12. $h(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$

14. $g(r) = r^2 \ln(2r + 1)$

16. $y = \ln |1 + t - t^3|$

18. $y = \ln |\cos(\ln x)|$

20. $H(z) = \ln \sqrt{\frac{a^2 - z^2}{a^2 + z^2}}$

22. $y = \log_2(e^{-x} \cos \pi x)$

23–26 Encontre y' e y'' .

23. $y = x^2 \ln(2x)$

24. $y = \frac{\ln x}{x^2}$

25. $y = \ln(x + \sqrt{1 + x^2})$

26. $y = \ln(\sec x + \operatorname{tg} x)$

27–30 Derive f e encontre o domínio de f .

27. $f(x) = \frac{x}{1 - \ln(x - 1)}$

28. $f(x) = \sqrt{2 + \ln x}$

29. $f(x) = \ln(x^2 - 2x)$


30. $f(x) = \ln \ln \ln x$


31. Se $f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$, encontre $f'(1)$.

32. Se $f(x) = \ln(1 + e^{2x})$, encontre $f'(0)$.

33–34 Encontre uma equação da reta tangente à curva no ponto dado.

33. $y = \ln(x^2 - 3x + 1)$, (3, 0) 34. $y = x^2 \ln x$, (1, 0)

 35. Se $f(x) = \sin x + \ln x$, encontre $f'(x)$. Verifique se sua resposta é razoável comparando os gráficos de f e f' .

 36. Encontre as equações das retas tangentes para a curva $y = (\ln x)/x$ nos pontos (1, 0) e (e, 1/e). Ilustre fazendo o gráfico da curva e de suas retas tangentes.

37. Seja $f(x) = cx + \ln(\cos x)$. Para qual valor de c ocorre $f'(\pi/4) = 6$?

38. Seja $f(x) = \log_a(3x^2 - 2)$. Para qual valor de a ocorre $f'(1) = 3$?

39–50 Use a derivação logarítmica para achar a derivada de função.

39. $y = (2x + 1)^5(x^4 - 3)^6$

40. $y = \sqrt{x} e^{x^2}(x^2 + 1)^{10}$

41. $y = \sqrt{\frac{x-1}{x^4+1}}$

42. $y = \sqrt{x} e^{x^2-x}(x+1)^{2/3}$

43. $y = x^x$

44. $y = x^{\cos x}$

45. $y = x^{\operatorname{sen} x}$

46. $y = \sqrt{x}^x$

47. $y = (\cos x)^x$

48. $y = (\operatorname{sen} x)^{\ln x}$

49. $y = (\operatorname{tg} x)^{1/x}$

50. $y = (\ln x)^{\cos x}$

51. Encontre y' se $y = \ln(x^2 + y^2)$.

52. Encontre y' se $x^y = y^x$.


53. Encontre uma fórmula para $f^{(n)}(x)$ se $f(x) = \ln(x - 1)$.

54. Encontre $\frac{d^9}{dx^9}(x^8 \ln x)$.

55. Use a definição da derivada para demonstrar que

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$$

56. Mostre que $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n = e^x$ para qualquer $x > 0$.

 É necessário usar uma calculadora gráfica ou computador

1. As Homework Hints estão disponíveis em www.stewartcalculus.com

3.7 Taxas de Variação nas Ciências Naturais e Sociais

Sabemos que se $y = f(x)$, então a derivada dy/dx pode ser interpretada como a taxa de variação de y em relação a x . Nesta seção examinaremos algumas das aplicações dessa ideia na física, química, biologia, economia e em outras ciências.

Vamos nos recordar da Seção 2.7, que apresentou a ideia básica das taxas de variação. Se x variar de x_1 a x_2 , então a variação em x será

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

e a variação correspondente em y será

$$\Delta y = f(x_2) - f(x_1)$$