MAT1514 - A Matemática na Educação Básica

TG 8 Matemática financeira

Compras parceladas

Para refletir sobre compras parceladas, precisamos da relação entre capital e montante no regime de juros compostos. **Capital** é o valor presente de alguma quantia em dinheiro. **Montante** é o valor futuro dessa quantia, alterada pela aplicação de juros.

Assim, a fórmula

$$M = C(1 + i)^n$$

pode ser usada para fazer conversões entre o valor futuro e o valor presente de uma quantia, dependendo de quanto tempo (n) ela fique aplicada a taxa de juros i. Ou ainda, podemos usar a mesma fórmula para verificar o quanto uma parcela paga em um mês n de um produto valeria hoje, se fosse paga a vista: é o cálculo do valor presente de cada parcela.

Vamos pensar no caso geral em que podemos pagar em n vezes, sem entrada.

1. A equação que temos que resolver na incógnita P é:

$$C = \frac{P}{1+i} + \frac{P}{(1+i)^2} + \frac{P}{(1+i)^3} + \cdots + \frac{P}{(1+i)^n}$$

Colocando P em evidencia, e utilizando a fórmula da soma da PG, encontre a fórmula para obter o valor da prestação fixa P, dado o valor presente a vista do bem igual a C, em n prestações **sem entrada**, com taxa de juros i:

Os financiamentos de muitos bens utilizam essa fórmula, que se chama **Sistema *Price***, **ou Sistema de Amortização Francês (SAF)**.

2. Agora vamos supor que você vá adquirir um imóvel que custe R$ 100 000, 00, e o banco oferece um financiamento em 30 anos, pagando juros de 9% ao ano. Ignorando outras taxas, qual seria o valor da parcela mensal? Ao final do financiamento, quanto você terá pago pelo imóvel?

Para obter o valor do juro mensal correspondente a uma taxa anual de 9%, podemos usar a fórmula de conversão:

$$i_t = (1 + i_T)^{\frac{T}{t}} - 1$$

na qual convertemos a taxa de juro i_T, aplicada a um período T na taxa de juro i_t aplicada no período t.

Investimentos

Suponha que determinada quantia fixa seja investida no início de cada intervalo de tempo, o que se chama de série uniforme de prestações periódicas antecipadas. Um capital inicial que fique t períodos na aplicação resulta no montante $M = C(1 + i)^t$. Chamando de n o número de períodos total de uma aplicação desse tipo, temos a seguinte sequência:

- $C(1 + i)^n$ é o montante final do primeiro depósito do capital C que ficou n períodos na aplicação;
- $C(1 + i)^{n-1}$ é o montante final do segundo depósito do capital C que ficou $n - 1$ períodos na aplicação;

⋮

- $C(1 + i)$ é o montante final do último depósito do capital C que ficou apenas 1 período na aplicação.

3. A PG formada é decrescente e pode ser representada assim:

$$(C(1 + i)^n, C(1 + i)^{n-1}, ..., C(1 + i))$$

ou ela pode ser colocada de forma crescente:

$$(C(1+i), C(1+i)^2, C(1+i)^3, ..., C(1+i)^n)$$

Colocando C em evidência, e aplicando a fórmula da soma da PG, encontre a fórmula do montante final M de parcelas de valor C investidas em n períodos com taxa de juros i por período.

4. Um casal deseja comprar um imóvel por R$ 350 000,00 daqui a 10 anos. Quanto ao mês eles devem guardar, depositando em um investimento que rende 1% ao mês?

5. Daqui um ano você irá desejar trocar seu celular e estima comprar um outro que custará R$ 1800,00 à vista. Quanto deve guardar por mês em um investimento que rende 0,8% ao mês para efetuar essa compra?

6. Um banco financia veículos com taxa de juros mensal de 1,85%. Comprando um carro que custe R$ 28 000,00 sem entrada com 48 parcelas fixas, qual será o valor de cada parcela? Caso você invista o valor de cada parcela todo mês em uma aplicação que renda 0,85% ao mês, qual a diferença entre o valor do montante final da aplicação após 48 meses e o valor total a prazo a ser pago pelo veículo? Considere, nesse caso, que o veículo manteve o mesmo preço.

7. Se você quiser ter um milhão de reais daqui a 30 anos, depositando todo mês uma quantia fixa em um investimento que rende 0,7% ao mês, indique de quanto seria essa parcela, desconsiderando outros fatores como taxas bancárias etc.