4.7 EXERCÍCIOS

1. Considere o seguinte problema: encontre dois números cuja soma seja 23 e cujo produto seja máximo.

(a) Faça uma tabela de valores, como a mostrada a seguir, tal que a soma dos números nas duas primeiras colunas seja sempre 23. Com base na evidência mostrada em sua tabela, estime a resposta para o problema.

Primeiro Número	Segundo Número	Produto
1	22	22
2	21	42
3	20	60
.	.	.
.	.	.
.	.	.

(b) Use o cálculo para resolver o problema e compare com sua resposta da parte (a).

2. Encontre dois números cuja diferença seja 100 e cujo produto seja mínimo.

3. Encontre dois números positivos cujo produto seja 100 e cuja soma seja mínima.

4. Encontre um número positivo tal que a soma do número e seu inverso seja tão pequena quanto possível.

5. Encontre as dimensões de um retângulo com um perímetro de 100 m cuja área seja a maior possível.

6. Encontre as dimensões de um retângulo com área de 1 000 m^2 cujo perímetro seja o menor possível.

7. Um modelo usado para a produção Y de uma colheita agrícola como função do nível de nitrogênio N no solo (medido em unidades apropriadas) é

$$Y = \frac{kN}{1 + N^2}$$

em que k é uma constante positiva. Que nível de nitrogênio dá a melhor produção?

8. A taxa (em mg de carbono/m^3/h) na qual a fotossíntese ocorre para uma espécie de fitoplâncton é modelada pela função

$$P = \frac{100I}{I^2 + I + 4}$$

em que I é a intensidade da luz (medida em milhares de velas). Para qual intensidade de luz P é máximo?

9. Considere o seguinte problema: um fazendeiro com 300 m de cerca quer cercar uma área retangular e então dividi-la em quatro partes com cercas paralelas a um lado do retângulo. Qual é a maior área total possível das quatro partes?

(a) Faça vários diagramas ilustrando a situação, alguns com divisões rasas e largas e alguns com divisões profundas e estreitas. Encontre as áreas totais dessas configurações. Parece que existe uma área máxima? Se a resposta for sim, estime-a.

(b) Faça um diagrama ilustrando a situação geral. Introduza uma notação e marque no diagrama seus símbolos.

(c) Escreva uma expressão para a área total.

(d) Use a informação dada para escrever uma equação que relacione as variáveis.

(e) Use a parte (d) para escrever a área total como uma função de uma variável.

(f) Acabe de resolver o problema e compare sua resposta com sua estimativa da parte (a).

10. Considere o seguinte problema: uma caixa sem tampa deve ser construída a partir de um pedaço quadrado de papelão, com 3 metros de largura, cortando fora um quadrado de cada um dos quatro cantos e dobrando para cima os lados. Encontre o maior volume que essa caixa poderá ter.

(a) Faça vários diagramas para ilustrar a situação, algumas caixas baixas com bases grandes e outras altas com base pequena. Encontre os volumes de várias dessas caixas. Parece existir um volume máximo? Se a resposta for sim, estime-o.

(b) Faça um diagrama ilustrando a situação geral. Introduza a notação e marque no diagrama seus símbolos.

(c) Escreva uma expressão para o volume.

(d) Use a informação dada para escrever uma equação que relacione as variáveis.

(e) Use a parte (d) para escrever o volume como uma função de uma só variável.

(f) Acabe de resolver o problema e compare sua resposta com sua estimativa da parte (a).

11. Um fazendeiro quer cercar uma área de 15 000 m^2 em um campo retangular e então dividi-lo ao meio com uma cerca paralela a um dos lados do retângulo. Como fazer isso de forma a minimizar o custo da cerca?

12. Uma caixa com uma base quadrada e sem tampa tem um volume de 32 000 cm^3. Encontre as dimensões da caixa que minimizam a quantidade de material usado.

13. Se 1 200 cm^2 de material estiverem disponíveis para fazer uma caixa com uma base quadrada e sem tampa, encontre o maior volume possível da caixa.

14. Um contêiner para estocagem retangular com uma tampa aberta deve ter um volume de 10 m^3. O comprimento de sua base é o dobro da largura. O material para a base custa \$ 10 por metro quadrado. O material para os lados custa \$ 6 por metro quadrado. Encontre o custo dos materiais para o mais barato desses contêineres.

15. Faça o Exercício 14 supondo que o contêiner tenha uma tampa feita do mesmo material usado nos lados.

16. (a) Mostre que, de todos os retângulos com uma área dada, aquele com um menor perímetro é um quadrado.
(b) Mostre que, de todos os retângulos com um dado perímetro, aquele com a maior área é um quadrado.

17. Encontre o ponto sobre a reta $y = 4x + 7$ que está mais próximo da origem.

18. Encontre o ponto sobre a reta $6x + y = 9$ que está mais próximo do ponto $(-3, 1)$.

19. Encontre os pontos sobre a elipse $4x^2 + y^2 = 4$ que estão mais distantes do ponto $(1, 0)$.

20. Encontre, com precisão de duas casas decimais, as coodernadas do ponto na curva $y = \operatorname{tg} x$ que está mais próximo do ponto $(1, 1)$.

21. Encontre as dimensões do retângulo com a maior área que pode ser inscrito em um círculo de raio r.

22. Encontre a área do maior retângulo que pode ser inscrito na elipse $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$.

23. Encontre as dimensões do retângulo com a maior área que pode ser inscrito em um triângulo equilátero com lado L se um dos lados do retângulo estiver sobre a base do triângulo.

24. Encontre as dimensões do retângulo de maior área que tem sua base sobre o eixo x e seus dois outros vértices acima do eixo x e sobre a parábola $y = 8 - x^2$.

25. Encontre as dimensões do triângulo isósceles de maior área que pode ser inscrito em um círculo de raio r.

26. Encontre a área do maior retângulo que pode ser inscrito em um triângulo retângulo com catetos de comprimentos 3 e 4 cm, se dois lados do retângulo estiverem sobre os catetos.

27. Um cilindro circular reto é inscrito em uma esfera de raio r. Encontre o maior volume possível desse cilindro.

28. Um cilindro circular reto é inscrito em um cone com altura h e raio da base r. Encontre o maior volume possível desse cilindro.

29. Um cilindro circular reto é inscrito em uma esfera de raio r. Encontre a maior área de superfície possível para esse cilindro.

30. Uma janela normanda tem a forma de um retângulo tendo em cima um semicírculo. (O diâmetro do semicírculo é igual à largura do retângulo. (Veja o Exercício 56 na página 14.) Se o perímetro da janela for 10 m, encontre as dimensões da janela que deixam passar a maior quantidade possível de luz.

31. As margens de cima e de baixo de um pôster têm 6 cm, e as margens laterais medem 4 cm. Se a área do material impresso sobre o pôster estiver fixa em 384 cm^2, encontre as dimensões do pôster com a menor área.

32. Um pôster deve ter uma área de 900 cm^2 com uma margem de 3 cm na base e nos lados, e uma margem de 5 cm em cima. Que dimensões darão a maior área impressa?

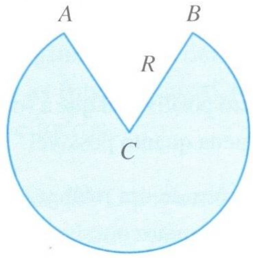
33. Um pedaço de fio com 10 m de comprimento é cortado em duas partes. Uma parte é dobrada no formato de um quadrado, ao passo que a outra é dobrada na forma de um triângulo equilátero. Como deve ser cortado o fio de forma que a área total englobada seja: (a) máxima? (b) mínima?

34. Responda o Exercício 33 se um pedaço estiver dobrado no formato de um quadrado e o outro no formato de um círculo.

35. Uma lata cilíndrica sem o topo é feita para receber V cm^3 de líquido. Encontre as dimensões que minimizarão o custo do metal para fazer a lata.

36. Uma cerca de 2 m de altura corre paralela a um edifício alto, a uma distância de 1 m do edifício. Qual o comprimento da menor escada que se apoie no chão e na parede do prédio, por cima da cerca?

37. Um copo com formato cônico é feito de um pedaço circular de papel de raio R cortando fora um setor e juntando os lados CA e CB. Encontre a capacidade máxima de tal copo.



38. Um copo de papel em forma de cone é feito de maneira a conter 27 cm^3 de água. Ache a altura e o raio do copo que usa a menor quantidade possível de papel.

39. Um cone com altura h está inscrito em outro cone maior com altura H, de forma que seu vértice esteja no centro da base do cone maior. Mostre que o cone interno tem seu volume máximo quando $h = \frac{1}{3}H$.

40. Um objeto de massa m é arrastado ao longo de um plano horizontal por uma força agindo ao longo de uma corda presa ao objeto. Se a corda fizer um ângulo θ com o plano, então a intensidade da força será

$$F = \frac{\mu m g}{\mu \operatorname{sen} \theta + \cos \theta}$$

em que μ é uma constante chamada coeficiente de atrito. Para que valor de θ F é menor?

41. Se um resistor de R ohms estiver ligado a uma pilha de E volts com resistência interna de r ohms, então a potência (em watts) no resistor externo é

$$P = \frac{E^2 R}{(R + r)^2}$$