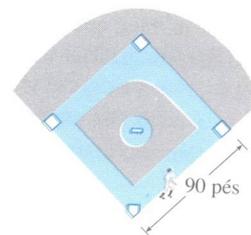


3.9 EXERCÍCIOS

- Se V for o volume de um cubo com aresta de comprimento x e, à medida que o tempo passa, o cubo se expandir, encontre dV/dt em termos de dx/dt .
 - (a) Se A for a área do círculo com raio r e, à medida que o tempo passa, o círculo se expandir, encontre $dAdt$ em termos de dr/dt .
(b) Suponha que petróleo vaze por uma ruptura de um petroleiro e espalhe-se em um padrão circular. Se o raio do petróleo derramado crescer a uma taxa constante de 1 m/s, quão rápido a área do vazamento está crescendo quando o raio é igual a 30 m?
 - Cada lado de um quadrado está aumentando a uma taxa de 6 cm/s. Com que taxa a área do quadrado estará aumentando quando a área do quadrado for 16 cm^2 ?
 - O comprimento de um retângulo está crescendo a uma taxa de 8 cm/s e sua largura está crescendo a uma taxa de 3 cm/s. Quando o comprimento for 20 cm e a largura for 10 cm, quão rapidamente estará crescendo a área do retângulo?
 - Um tanque cilíndrico com raio 5 m está sendo enchido com água a uma taxa de $3 \text{ m}^3/\text{min}$. Quão rápido estará aumentando a altura da água?
 - O raio de uma esfera está aumentando a uma taxa de 4 mm/s. Quão rápido o volume estará aumentando quando o diâmetro for 80 mm?
 - Se $y = x^3 + 2x$ e $dx/dt = 5$, encontre dy/dt quando $x = 2$.
 - Se $x^2 + y^2 = 25$ e $dy/dt = 6$, encontre dx/dt quando $y = 4$.
 - Se $z^2 = x^2 + y^2$, $dx/dt = 2$ e $dy/dt = 3$, encontre dz/dt quando $x = 5$ e $y = 12$.
 - Uma partícula move-se ao longo da curva $y = \sqrt{1+x^3}$. Quando ela atinge o ponto $(2, 3)$, a coordenada y está crescendo a uma taxa de 4 cm/s. Quão rápido está variando a coordenada x do ponto naquele instante?
- 11–14**
- Quais são as quantidades dadas no problema?
 - Qual é a incógnita?
 - Faça um desenho da situação para qualquer instante t .
 - Escreva uma equação que relacione as quantidades.
 - Termine a resolução do problema.
- Um avião voa horizontalmente a uma altitude de 2 km, a 800 km/h, e passa diretamente sobre uma estação de radar. Encontre a taxa segundo a qual a distância entre o avião e a estação aumenta quando ele está a 3 km além da estação.
 - Se uma bola de neve derrete de forma que a área de sua superfície decresce a uma taxa de $1 \text{ cm}^2/\text{min}$, encontre a taxa segundo a qual o diâmetro decresce quando o diâmetro é 10 cm.
 - Uma luz de rua é colocada no topo de um poste de 5 metros de altura. Um homem com 2 m de altura anda, afastando-se do poste com velocidade de 1,5 m/s ao longo de uma trajetória reta. Com que velocidade se move a ponta de sua sombra quando ele está a 10 m do poste?
 - Ao meio-dia, o navio A está a 150 km a oeste do navio B. O navio A está navegando para o leste a 35 km/h, e o navio B está navegando para norte a 25 km/h. Quão rápido varia a distância entre os navios às 4 horas da tarde?
-
- Dois carros iniciam o movimento partindo de um mesmo ponto. Um viaja para o sul a 30 km/h e o outro para o oeste a 72 km/h. A que taxa está crescendo a distância entre os carros duas horas depois?
 - Um holofote sobre o chão ilumina uma parede 12 m distante dele. Se um homem de 2 m de altura anda do holofote em direção à parede a uma velocidade de 1,6 m/s, quão rápido decresce o comprimento de sua sombra sobre a parede quando ele está a 4 m dela?
 - Um homem começa a andar para o norte a 1,2 m/s a partir de um ponto P . Cinco minutos depois uma mulher começa a andar para o sul a 1,6 m/s de um ponto a 200 m a leste de P . A que taxa as pessoas estão se distanciando 15 minutos depois de a mulher começar a andar?
 - Uma quadra de beisebol é um quadrado com 90 pés. Um bateador atinge a bola e corre em direção à primeira base com uma velocidade de 24 pés/s.
 - A que taxa decresce sua distância da segunda base quando ele está a meio caminho da primeira base?
 - A que taxa aumenta sua distância da terceira base no mesmo momento?

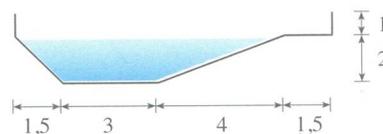


19. A altura de um triângulo cresce a uma taxa de 1 cm/min, enquanto a área do triângulo cresce a uma taxa de $2 \text{ cm}^2/\text{min}$. A que taxa varia a base do triângulo quando a altura é 10 cm e a área, 100 cm^2 ?

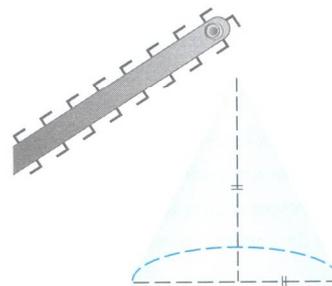
20. Um bote é puxado em direção ao ancoradouro por uma corda que está atada na proa do bote e que passa por uma polia sobre o ancoradouro (colocada 1 m mais alto que a proa). Se a corda for puxada a uma taxa de 1 m/s, quão rápido se aproxima o bote do ancoradouro, quando ele estiver a 8 m dele?



21. Ao meio-dia, um navio A está 100 km a oeste do navio B. O navio A está navegando para o sul a 35 km/h, e o B está indo para o norte a 25 km/h. Quão rápido estará variando a distância entre eles às 4 horas da tarde?
22. Uma partícula se move ao longo da curva $y = \sqrt{x}$. Quando a partícula passa pelo ponto (4, 2), sua coordenada x cresce a uma taxa de 3 cm/s. Quão rápido está variando a distância da partícula à origem nesse instante?
23. Está vazando água de um tanque cônico invertido a uma taxa de $10\,000 \text{ cm}^3/\text{min}$. Ao mesmo tempo, está sendo bombeada água para dentro do tanque a uma taxa constante. O tanque tem 6 m de altura e o diâmetro no topo é de 4 m. Se o nível da água estiver subindo a uma taxa de 20 cm/min quando a altura da água for 2 m, encontre a taxa segundo a qual a água está sendo bombeada dentro do tanque.
24. Um cocho tem 6 m de comprimento, e suas extremidades têm a forma de triângulos isósceles com 1 m de base e 50 cm de altura. Se o cocho for preenchido com água a uma taxa de $1,2 \text{ m}^3/\text{min}$, quão rápido estará se elevando o nível da água quando ela tiver 30 cm de profundidade?
25. Um cocho de água tem 10 m de comprimento e uma seção transversal com a forma de um trapézio isósceles com 30 cm de comprimento na base, 80 cm de extensão no topo e 50 cm de altura. Se o cocho for preenchida com água a uma taxa de $0,2 \text{ m}^3/\text{min}$, quão rápido estará subindo o nível da água quando ela tiver 30 cm de profundidade?
26. Uma piscina tem 5 m de largura por 10 m de comprimento, 1 m de profundidade na parte rasa, e 3 m na parte mais funda. Sua seção transversal está mostrada na figura. Se a piscina for encheda a uma taxa de $0,1 \text{ m}^3/\text{min}$, quão rápido estará subindo o nível da água quando sua profundidade no ponto mais profundo for de 1 m?



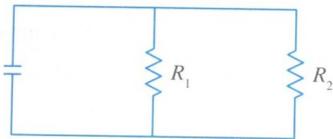
27. Uma esteira transportadora está descarregando cascalho a uma taxa de $3 \text{ m}^3/\text{min}$, constituindo uma pilha na forma de cone com o diâmetro da base e altura sempre igual. Quão rápido cresce a altura da pilha quando está a 3 m de altura?



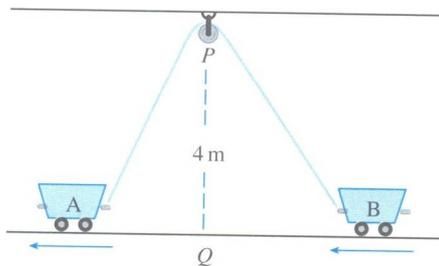
28. Uma pipa a 50 m acima do solo move-se horizontalmente a uma velocidade de 2 m/s. A que taxa decresce o ângulo entre a linha e a horizontal depois de 100 m de linha serem soltos?
29. Dois lados de um triângulo são 4 m e 5 m, e o ângulo entre eles está crescendo a uma taxa de $0,06 \text{ rad/s}$. Encontre a taxa segundo a qual a área está crescendo quando o ângulo entre os lados de comprimento fixo for $\pi/3$.
30. Quão rápido estará o ângulo entre o chão e a escada variando no Exemplo 2 quando a parte de baixo da escada estiver a 3 m da parede?
31. A Lei de Boyle afirma que quando uma amostra de gás está sendo comprimida a uma temperatura constante, a pressão P e o volume V satisfazem a equação $PV = C$, onde C é uma constante. Suponha que em um certo instante o volume é de 600 cm^3 , a pressão é 150 kPa e a pressão cresce a uma taxa de $20 \text{ kPa}/\text{min}$. A que taxa está decrescendo o volume nesse instante?
32. Quando o ar se expande adiabaticamente (sem ganhar ou perder calor), sua pressão P e volume V estão relacionados pela equação $PV^{1,4} = C$, onde C é uma constante. Suponha que em um certo instante o volume é de 400 cm^3 e a pressão, 80 kPa, e está decrescendo a uma taxa de $10 \text{ kPa}/\text{min}$. A que taxa está crescendo o volume nesse instante?
33. Se dois resistores com resistências R_1 e R_2 estão conectados em paralelo, como na figura, então a resistência total R , medida em ohms (Ω), é dada por

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Se R_1 e R_2 estão crescendo a taxas de $0,3 \Omega/s$ e $0,2 \Omega/s$, respectivamente, quão rápido estará variando R quando $R_1 = 80 \Omega$ e $R_2 = 100 \Omega$?



34. Nos peixes, o peso B do cérebro como uma função do peso corporal W foi modelado pela função potência $B = 0,007W^{2/3}$, onde B e W são medidos em gramas. Um modelo para o peso corporal como uma função do comprimento corporal L (medido em centímetros) é $W = 0,12L^{2,53}$. Se, em 10 milhões de anos, o comprimento médio de uma certa espécie de peixes evoluiu de 15 cm para 20 cm a uma taxa constante, quão rápido estava crescendo o cérebro dessa espécie quando o comprimento médio era de 18 cm?
35. Dois lados de um triângulo têm comprimento 12 m e 15 m. O ângulo entre eles aumenta à taxa $2^\circ/\text{min}$. Com que velocidade estará aumentando o terceiro lado quando o ângulo dos lados de comprimento fixo estiver em 60° ?
36. Duas carretas, A e B, estão conectadas por uma corda de 12 m que passa por uma polia P (veja a figura). O ponto Q no chão está 4 m diretamente abaixo de P e entre as carretas. A carreta A está sendo puxada, afastando-se de Q a uma velocidade de $0,5 \text{ m/s}$. Quão rápido se move a carreta B em direção a Q no instante em que A está a 3 m de Q ?



37. Uma câmera de televisão está posicionada a 1 200 m de uma base de lançamento de foguete. O ângulo de elevação da câmera deve variar a uma taxa que possa focalizar o foguete. O meca-

nismo de foco da câmera também deve levar em conta o aumento da distância entre a câmera e o foguete em subida. Vamos supor que o foguete suba verticalmente e com uma velocidade de 200 m/s quando já tiver subido 900 m.

- (a) Quão rápido estará variando a distância da câmera ao foguete naquele momento?
- (b) Se a câmera de televisão se mantiver sempre na direção do foguete, quão rápido estará variando o ângulo de elevação dela naquele mesmo momento?
38. Um farol está localizado em uma pequena ilha, e a distância entre ele e o ponto P mais próximo dele em uma costa reta do continente é de 3 km. Sua luz gira quatro revoluções por minuto. Quão rápido estará se movendo o feixe de luz ao longo da costa quando ele estiver a 1 km de P ?
39. Um avião voa horizontalmente a uma altitude de 5 km e passa diretamente sobre um telescópio no chão. Quando o ângulo de elevação for $\pi/3$, este ângulo estará decrescendo a uma taxa de $\pi/6 \text{ rad/min}$. Quão rapidamente estará o avião se movendo naquele instante?
40. Uma roda-gigante com raio de 10 m está girando a uma taxa de uma revolução a cada dois minutos. Quão rápido um passageiro estará subindo quando seu assento estiver 16 m acima do nível do solo?
41. Um avião voando a uma velocidade constante de 300 km/h passa sobre uma estação de radar no solo a uma altitude de 1 km e subindo em um ângulo de 30° . A que taxa está crescendo a distância do avião em relação à estação de radar 1 minuto mais tarde?
42. Duas pessoas começam a andar a partir do mesmo ponto. Uma vai para o leste a 4 km/h e a outra, para o nordeste a 2 km/h . Quão rápido está variando a distância entre as pessoas após 15 minutos?
43. Um velocista corre em uma pista circular de raio 100 m a uma velocidade constante de 7 m/s . Seu amigo está parado a uma distância de 200 m do centro da pista. Quão rápido estará variando a distância entre os amigos quando estiverem a uma distância de 200 m?
44. O ponteiro dos minutos de um relógio mede 8 mm, enquanto o das horas tem 4 mm de comprimento. Quão rápido está variando a distância entre a ponta dos ponteiros à 1 hora?