4.6 EXERCÍCIOS

1–8 Obtenha gráficos de f que revelem todos os aspectos importantes da curva. Em particular, você deve usar os gráficos de f' e f'' para estimar os intervalos de crescimento e decrescimento, valores extremos, intervalos de concavidade e pontos de inflexão.

1. $f(x) = 4x^4 - 7x^2 + 4x + 6$

2. $f(x) = 8x^5 + 45x^4 + 80x^3 + 90x^2 + 200x$

3. $f(x) = x^6 - 10x^5 - 400x^4 + 2\,500x^3$

4. $f(x) = \dfrac{x^2 - 1}{40x^3 + x + 1}$

5. $f(x) = \dfrac{x}{x^3 - x^2 - 4x + 1}$

6. $f(x) = \operatorname{tg} x + 5 \cos x$

7. $f(x) = x^2 - 4x + 7 \cos x, \qquad -4 \leq x \leq 4$

8. $f(x) = \dfrac{e^x}{x^2 - 9}$

9–10 Obtenha gráficos de f que revelem todos os aspectos importantes da curva. Estime os intervalos de crescimento e decrescimento, valores extremos, intervalos de concavidade e pontos de inflexão, e use o cálculo para achar essas quantidades exatamente.

9. $f(x) = 1 + \dfrac{1}{x} + \dfrac{8}{x^2} + \dfrac{1}{x^3}$

10. $f(x) = \dfrac{1}{x^8} - \dfrac{2 \times 10^8}{x^4}$

11–12

(a) Faça o gráfico da função.

(b) Use a Regra de L'Hôspital para explicar o comportamento quando $x \to 0$.

(c) Estime o valor mínimo e os intervalos de concavidade. Então, use o cálculo para achar os valores exatos.

11. $f(x) = x^2 \ln x$

12. $f(x) = xe^{1/x}$

13–14 Esboce o gráfico à mão, usando as assíntotas e as intersecções com os eixos, mas não as derivadas. Então, use seu esboço como um roteiro na obtenção de gráficos (com uma ferramenta gráfica) que mostrem os aspectos mais importantes da curva. Use esses gráficos para estimar os valores máximo e mínimo.

13. $f(x) = \dfrac{(x+4)(x-3)^2}{x^4(x-1)}$

14. $f(x) = \dfrac{(2x+3)^2(x-2)^5}{x^3(x-5)^2}$

SCA **15.** Se f for a função considerada no Exemplo 3, use um sistema de computação algébrica para calcular f' e então faça seu gráfico para confirmar que todos os valores máximos e mínimos são como dados no exemplo. Calcule f'' e use-a para estimar os intervalos de concavidade e pontos de inflexão.

SCA **16.** Se f for a função do Exercício 14, encontre f' e f'' e use seus gráficos para estimar os intervalos de crescimento e decrescimento e de concavidade de f.

SCA **17–22** Use um sistema de computação algébrica para fazer o gráfico de f e encontrar f' e f''. Utilize os gráficos dessas derivadas para estimar os intervalos de crescimento e decrescimento, valores extremos, intervalos de concavidade e pontos de inflexão de f.

17. $f(x) = \dfrac{\sqrt{x}}{x^2 + x + 1}$

18. $f(x) = \dfrac{x^{2/3}}{1 + x + x^4}$

19. $f(x) = \sqrt{x + 5 \operatorname{sen} x}, \qquad x \leq 20$

20. $f(x) = (x^2 - 1)e^{\operatorname{arctg} x}$

21. $f(x) = \dfrac{1 - e^{1/x}}{1 + e^{1/x}}$

22. $f(x) = \dfrac{1}{1 + e^{\operatorname{tg} x}}$

SCA **23–24**

(a) Faça o gráfico da função.

(b) Explique a forma do gráfico calculando o limite quando $x \to 0^+$ ou quando $x \to \infty$.

(c) Estime os valores máximo e mínimo e então use o cálculo para achar os valores exatos.

(d) Use um gráfico de f'' para estimar a coordenada x dos pontos de inflexão.

23. $f(x) = x^{1/x}$

24. $f(x) = (\operatorname{sen} x)^{\operatorname{sen} x}$

25. No Exemplo 4 consideramos um membro da família de funções $f(x) = \operatorname{sen}(x + \operatorname{sen} cx)$ que ocorre na síntese de FM. Aqui investigamos a função com $c = 3$. Comece fazendo o gráfico de f na janela de inspeção $[0, \pi]$ por $[-1{,}2, 1{,}2]$. Quantos pontos de máximo locais você pode ver? O gráfico tem mais informações do que podemos perceber a olho nu. Para descobrir os pontos de máximo e mínimo escondidos será necessário examinar muito cuidadosamente o gráfico de f'. De fato, ajuda examinar ao mesmo tempo o gráfico de f''. Encontre todos os valores máximos e mínimos e os pontos de inflexão. Então faça o gráfico de f na janela retangular $[-2\pi, 2\pi]$ por $[-1{,}2, 1{,}2]$ e comente sobre a simetria.

26–33 Descreva a mudança no gráfico de f à medida que c varia. Faça o gráfico de vários membros da família para ilustrar as tendências que você descobriu. Em particular, você deve investigar como os pontos de máximo e mínimo e os pontos de inflexão movem-se quando c varia. Você deve também identificar qualquer valor intermediário de c no qual o aspecto básico da curva mude.