## 3.1 EXERCÍCIOS

**1.** (a) Como o número $e$ está definido?

(b) Use uma calculadora para estimar os valores dos limites

$$\lim_{h \to 0} \frac{2{,}7^h - 1}{h} \quad \text{e} \quad \lim_{h \to 0} \frac{2{,}8^h - 1}{h}$$

corretos até a segunda casa decimal. O que você pode concluir sobre o valor de $e$?

**2.** (a) Esboce, à mão, o gráfico da função $f(x) = e^x$, prestando particular atenção em como o gráfico cruza o eixo $y$. Que fato lhe permite fazer isso?

(b) Que tipos de funções são $f(x) = e^x$ e $g(x) = x^e$? Compare as fórmulas de derivação para $f$ e $g$.

(c) Qual das funções da parte (b) cresce mais rapidamente quando $x$ é muito grande?

**3–32** Derive a função.

**3.** $f(x) = 186{,}5$

**4.** $f(x) = \sqrt{30}$

**5.** $f(x) = 5x - 1$

**6.** $F(x) = -4x^{10}$

**7.** $f(x) = x^3 - 4x + 6$

**8.** $f(t) = \frac{1}{2}t^6 - 3t^4 + t$

**9.** $f(t) = \frac{1}{4}(t^4 + 8)$

**10.** $h(x) = (x - 2)(2x + 3)$

**11.** $y = x^{-2/5}$

**12.** $y = 5e^x + 3$

**13.** $V(r) = \frac{4}{3}\pi r^3$

**14.** $R(t) = 5t^{-3/5}$

**15.** $Y(t) = 6t^{-9}$

**16.** $R(x) = \dfrac{\sqrt{10}}{x^7}$

**17.** $G(x) = \sqrt{x} - 2e^x$

**18.** $y = \sqrt[3]{x}$

**19.** $F(x) = \left(\frac{1}{2}x\right)^5$

**20.** $f(t) = \sqrt{t} - \dfrac{1}{\sqrt{t}}$

**21.** $y = ax^2 + bx + c$

**22.** $y = \sqrt{x}\,(x - 1)$

**23.** $y = \dfrac{x^2 + 4x + 3}{\sqrt{x}}$

**24.** $y = \dfrac{x^2 - 2\sqrt{x}}{x}$

**25.** $y = 4\pi^2$

**26.** $g(u) = \sqrt{2}\,u + \sqrt{3u}$

**27.** $H(x) = (x + x^{-1})^3$

**28.** $y = ae^v + \dfrac{b}{v} + \dfrac{c}{v^2}$

**29.** $u = \sqrt[5]{t} + 4\sqrt{t^5}$

**30.** $v = \left(\sqrt{x} + \dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^2$

**31.** $z = \dfrac{A}{y^{10}} + Be^y$

**32.** $y = e^{x+1} + 1$

**33–34** Encontre uma equação para a reta tangente à curva no ponto dado.

**33.** $y = \sqrt[4]{x}$, $(1, 1)$

**34.** $y = x^4 + 2x^2 - x$, $(1, 2)$

**35–36** Encontre equações para a reta tangente e para a reta normal à curva no ponto dado.

**35.** $y = x^4 + 2e^x$, $(0, 2)$

**36.** $y = (1 + 2x)^2$, $(1, 9)$

**37–38** Encontre uma equação para a reta tangente à curva no ponto dado. Ilustre com o gráfico da curva e da reta tangente na mesma tela.

**37.** $y = 3x^2 - x^3$, $(1, 2)$

**38.** $y = x - \sqrt{x}$, $(1, 0)$

**39–42** Ache $f'(x)$. Compare os gráficos de $f$ e $f'$ e use-os para explicar por que sua resposta é razoável.

**39.** $f(x) = e^x - 5x$

**40.** $f(x) = 3x^5 - 20x^3 + 50x$

**41.** $f(x) = 3x^{15} - 5x^3 + 3$

**42.** $f(x) = x + \dfrac{1}{x}$

**43.** (a) Use uma calculadora gráfica ou computador para fazer o gráfico da função $f(x) = x^4 - 3x^3 - 6x^2 + 7x + 30$ em uma janela retangular $[-3, 5]$ por $[-10, 50]$.

(b) Usando o gráfico da parte (a) para estimar as inclinações, faça um esboço, à mão, do gráfico de $f'$ (veja o Exemplo 1 da Seção 2.8).

(c) Calcule $f'(x)$ e use essa expressão, com uma ferramenta gráfica, para fazer o gráfico de $f'$. Compare com seu esboço da parte (b).

**44.** (a) Use uma calculadora gráfica ou computador para fazer o gráfico da função $g(x) = e^x - 3x^2$ na janela retangular $[-1, 4]$ por $[-8, 8]$.

(b) Usando o gráfico da parte (a) para estimar a inclinação, faça um esboço, à mão, do gráfico de $g'$ (veja o Exemplo 1 da Seção 2.8).

(c) Calcule $g'(x)$ e use essa expressão, com uma ferramenta gráfica, para fazer o gráfico de $g'$. Compare com seu esboço da parte (b).

**45–46** Encontre a primeira e a segunda derivadas da função.

**45.** $f(x) = x^4 - 3x^3 + 16x$

**46.** $G(r) = \sqrt{r} + \sqrt[3]{r}$

**47–48** Encontre a primeira e a segunda derivadas da função. Verifique se suas respostas são razoáveis comparando os gráficos de $f$, $f'$ e $f''$.

**47.** $f(x) = 2x - 5x^{3/4}$

**48.** $f(x) = e^x - x^3$

**49.** A equação de movimento de uma partícula é $s = t^3 - 3t$, em que $s$ está em metros e $t$ em segundos. Encontre

(a) a velocidade e a aceleração como funções de $t$,

(b) a aceleração depois de 2 s e

(c) a aceleração quando a velocidade for 0.

**50.** A equação de movimento de uma partícula é $s = 2t^3 - 7t^2 + 4t + 1$, em que $s$ está em metros e $t$ em segundos.

(a) Encontre a velocidade e a aceleração como funções de $t$.

(b) Encontre a aceleração depois de 1 s.

(c) Trace o gráfico das funções posição, velocidade e aceleração na mesma tela.

**51.** Ache os pontos sobre a curva $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$ onde a tangente é horizontal.

**52.** Quais são os valores de $x$ para os quais o gráfico $f(x) = x^3 + 3x^2 + x + 3$ tem tangentes horizontais?

**53.** Mostre que a curva $y = 6x^3 + 5x - 3$ não tem reta tangente com a inclinação 4.

**54.** Encontre uma equação para a reta tangente à curva $y = x\sqrt{x}$ que seja paralela à reta $y = 1 + 3x$.

**55.** Encontre equações para ambas as retas que são tangentes à curva $y = 1 + x^3$ e que são paralelas à reta $12x - y = 1$.

**56.** Em qual ponto sobre a curva $y = 1 + 2e^x - 3x$ a reta tangente é paralela à reta $3x - y = 5$? Ilustre fazendo o gráfico da curva e de ambas as retas.

**57.** Encontre uma equação para a reta normal à parábola $y = x^2 - 5x + 4$ que seja paralela à reta $x - 3y = 5$.

**58.** Onde a reta normal à parábola $y = x - x^2$ no ponto $(1, 0)$ intercepta a parábola uma segunda vez? Ilustre com um esboço.

**59.** Trace um diagrama para mostrar que há duas retas tangentes à parábola $y = x^2$ que passam pelo ponto $(0, -4)$. Encontre as coordenadas dos pontos onde essas retas tangentes interceptam a parábola.

**60.** (a) Ache as equações de ambas as retas que passam pelo ponto $(2, -3)$ e que são tangentes à parábola $y = x^2 + x$.
(b) Mostre que não existe nenhuma reta que passe pelo ponto $(2, 7)$ e que seja tangente à parábola. A seguir, desenhe um diagrama para ver por quê.

**61.** Use a definição de derivada para mostrar que se $f(x) = 1/x$, então $f'(x) = -1/x^2$. (Isso demonstra a Regra da Potência para o caso onde $n = -1$.)

**62.** Encontre a $n$-ésima derivada de cada função calculando algumas das primeiras derivadas e observando o padrão que ocorre.
(a) $f(x) = x^n$ (b) $f(x) = 1/x$

**63.** Encontre um polinômio de segundo grau $P$ tal que $P(2) = 5$, $P'(2) = 3$ e $P''(2) = 2$.

**64.** A equação $y'' + y' - 2y = x^2$ é chamada equação diferencial, pois envolve uma função desconhecida $y$ e suas derivadas $y'$ e $y''$. Encontre constantes $A$, $B$ e $C$ tais que a função $y = Ax^2 + Bx + C$ satisfaça a equação. (As equações diferenciais serão estudadas no Capítulo 9, no Volume II.)

**65.** Encontre uma função cúbica $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ cujo gráfico tenha tangentes horizontais nos pontos $(-2, 6)$ e $(2, 0)$.

**66.** Encontre uma parábola com a equação $y = ax^2 + bx + c$ que tenha inclinação 4 em $x = 1$, inclinação $-8$ em $x = -1$ e passe pelo ponto $(2, 15)$.

**67.** Seja

$$f(x) = \begin{cases} 2 - x & \text{se } x \leq 1 \\ x^2 - 2x + 2 & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

$f$ é derivável em 1? Esboce os gráficos de $f$ e $f'$.

**68.** Em quais números a seguinte função $g$ é derivável?

$$g(x) = \begin{cases} -1 - 2x & \text{se } x < -1 \\ x^2 & \text{se } -1 \leq x \leq 1 \\ x & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

Dê uma fórmula para $g'$ e esboce os gráficos de $g$ e $g'$.

**69.** (a) Para quais valores de $x$ a função $f(x) = |x^2 - 9|$ é derivável? Ache uma fórmula para $f'$.
(b) Esboce os gráficos de $f$ e $f'$.

**70.** Onde a função $h(x) = |x - 1| + |x + 2|$ é derivável? Dê uma fórmula para $h'$ e esboce os gráficos de $h$ e $h'$.

**71.** Encontre a parábola com equação $y = ax^2 + bx$ cuja reta tangente em $(1, 1)$ tem equação $y = 3x - 2$.

**72.** Suponha que a curva $y = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ tenha uma reta tangente com equação $y = 2x + 1$ quando $x = 0$ e uma reta tangente com equação $y = 2 - 3x$ quando $x = 1$. Encontre os valores de $a$, $b$, $c$ e $d$.

**73.** Para quais valores de $a$ e $b$ a reta $2x + y = b$ é tangente à parábola $y = ax^2$ quando $x = 2$?

**74.** Encontre o valor de $c$ tal que a reta $y = \frac{3}{2}x + 6$ seja tangente à curva $y = c\sqrt{x}$.

**75.** Seja

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } x \leq 2 \\ mx + b & \text{se } x > 2 \end{cases}$$

Encontre os valores de $m$ e $b$ que tornem $f$ derivável em toda a parte.

**76.** Uma reta tangente à hipérbole $xy = c$ é traçada em um ponto $P$.
(a) Mostre que o ponto médio do segmento de reta cortado dessa reta tangente pelos eixos coordenados é $P$.
(b) Mostre que o triângulo formado pela reta tangente e pelos eixos coordenados sempre têm a mesma área, não importa onde $P$ esteja localizado sobre a hipérbole.

**77.** Calcule $\displaystyle\lim_{x \to 1} \frac{x^{1\,000} - 1}{x - 1}$.

**78.** Trace um diagrama ilustrando duas retas perpendiculares que se interceptam sobre o eixo $y$, ambas tangentes à parábola $y = x^2$. Onde essas retas se interceptam?

**79.** Se $c > \frac{1}{2}$, quantas retas pelo ponto $(0, c)$ são normais à parábola $y = x^2$? E se $c \leq \frac{1}{2}$?

**80.** Esboce as parábolas $y = x^2$ e $y = x^2 - 2x + 2$. Você acha que existe uma reta que seja tangente a ambas as curvas? Em caso afirmativo, encontre sua equação. Em caso negativo, explique por que não.

**TABELA DAS REGRAS DE DERIVAÇÃO**

| | | |
|---|---|---|
| $\frac{d}{dx}(c) = 0$ | $\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$ | $\frac{d}{dx}(e^x) = e^x$ |
| $(cf)' = cf'$ | $(f+g)' = f' + g'$ | $(f-g)' = f' - g'$ |
| $(fg)' = fg' + gf'$ | $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{gf' - fg'}{g^2}$ | |

## 3.2 EXERCÍCIOS

**1.** Encontre a derivada de $y = (x^2 + 1)(x^3 + 1)$ de duas maneiras: usando a Regra do Produto e fazendo primeiro a multiplicação. As respostas são iguais?

**2.** Encontre a derivada da função

$$F(x) = \frac{x - 3x\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$$

de duas maneiras: usando a Regra do Quociente e simplificando antes. Mostre que suas respostas são equivalentes. Qual método você prefere?

**3–26** Derive.

**3.** $f(x) = x^2e^x$

**4.** $g(x) = \sqrt{x}\, e^x$

**5.** $y = \dfrac{e^x}{x^2}$

**6.** $y = \dfrac{e^x}{1 + x}$

**7.** $g(x) = \dfrac{3x - 1}{2x + 1}$

**8.** $f(t) = \dfrac{2t}{4 + t^2}$

**9.** $V(x) = (2x^3 + 3)(x^4 - 2x)$

**10.** $Y(u) = (u^{-2} + u^{-3})(u^5 - 2u^2)$

**11.** $F(y) = \left(\dfrac{1}{y^2} - \dfrac{3}{y^4}\right)(y + 5y^3)$

**12.** $R(t) = (t + e^t)(3 - \sqrt{t})$

**13.** $y = \dfrac{x^3}{1 - x^2}$

**14.** $y = \dfrac{x + 1}{x^3 + x - 2}$

**15.** $y = \dfrac{t^2}{3t^2 - 2t + 1}$

**16.** $y = \dfrac{t^3 + t}{t^4 - 2}$

**17.** $y = (r^2 - 2r)e^r$

**18.** $y = \dfrac{1}{s + ke^s}$

**19.** $y = \dfrac{v^3 - 2v\sqrt{v}}{v}$

**20.** $z = w^{3/2}(w + ce^w)$

**21.** $f(t) = \dfrac{2t}{2 + \sqrt{t}}$

**22.** $g(t) = \dfrac{t - \sqrt{t}}{t^{1/3}}$

**23.** $f(x) = \dfrac{A}{B + Ce^x}$

**24.** $f(x) = \dfrac{1 - xe^x}{x + e^x}$

**25.** $f(x) = \dfrac{x}{x + \dfrac{c}{x}}$

**26.** $f(x) = \dfrac{ax + b}{cx + d}$

**27–30** Encontre $f'(x)$ e $f''(x)$ .

**27.** $f(x) = x^4e^x$

**28.** $f(x) = x^{5/2}e^x$

**29.** $f(x) = \dfrac{x^2}{1 + 2x}$

**30.** $f(x) = \dfrac{x}{3 + e^x}$

**31–32** Encontre uma equação da reta tangente à curva dada no ponto especificado.

**31.** $y = \dfrac{2x}{x + 1}$, $(1, 1)$

**32.** $y = \dfrac{e^x}{x}$, $(1, e)$

**33–34** Encontre equações da reta tangente e da reta normal à curva dada no ponto especificado.

**33.** $y = 2xe^x$, $(0, 0)$

**34.** $y = \dfrac{\sqrt{x}}{x + 1}$, $(4, 0{,}4)$

**35.** (a) A curva $y = 1/(1 + x^2)$ é chamada **bruxa de Maria Agnesi**. Encontre uma equação da reta tangente para essa curva no ponto $\left(-1, \frac{1}{2}\right)$.

(b) Ilustre a parte (a) fazendo o gráfico da curva e da reta tangente na mesma tela.

**36.** (a) A curva $y = x(1 + x^2)$ é denominada **serpentina**. Encontre uma equação da reta tangente a essa curva no ponto $(3, 0{,}3)$.

(b) Ilustre a parte (a) fazendo o gráfico da curva e a reta tangente na mesma tela.

**37.** (a) Se $f(x) = e^x/x^3$, encontre $f'(x)$.

(b) Verifique que sua resposta da parte (a) é razoável comparando os gráficos de $f$ e $f'$.

**38.** (a) Se $f(x) = x/(x^2 - 1)$, encontre $f'(x)$.

(b) Verifique que sua resposta da parte (a) é razoável comparando os gráficos de $f$ e $f'$.

**39.** (a) Se $f(x) = (x - 1)e^x$, encontre $f'(x)$ e $f''(x)$.

(b) Verifique se suas respostas na parte (a) são razoáveis comparando os gráficos de $f, f'$ e $f''$.

**40.** (a) Se $f(x) = x/(x^2 + 1)$, encontre $f'(x)$ e $f''(x)$.

(b) Verifique se suas respostas na parte (a) são razoáveis comparando os gráficos de $f, f'$ e $f''$.

**41.** Se $f(x) = x^2/(1 + x)$, encontre $f''(1)$.

**42.** Se $g(x) = x/e^x$, encontre $g^{(n)}(x)$.

**43.** Suponha que $f(5) = 1, f'(5) = 6, g(5) = -3$ e $g'(5) = 2$. Encontre os valores de

(a) $(fg)'(5)$

(b) $(f/g)'(5)$

(c) $(g/f)'(5)$.

**44.** Suponha que $f(2) = -3, g(2) = 4, f'(2) = -2$ e $g'(2) = 7$. Encontre $h'(2)$.

(a) $h(x) = 5f(x) - 4g(x)$

(b) $h(x) = f(x)g(x)$

(c) $h(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$

(d) $h(x) = \dfrac{g(x)}{1 + f(x)}$

**45.** Se $f(x) = e^xg(x)$, onde $g(0) = 2$ e $g'(0) = 5$, encontre $f'(0)$.

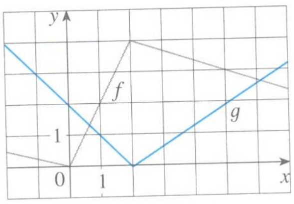
**46.** Se $h(2) = 4$ e $h'(2) = -3$, encontre

$$\left.\frac{d}{dx}\left(\frac{h(x)}{x}\right)\right|_{x=2}$$

**47.** Se $f$ e $g$ forem funções cujos gráficos estão ilustrados, seja $u(x) = f(x)g(x)$ e $v(x) = f(x)/g(x)$.

(a) Encontre $u'(1)$.

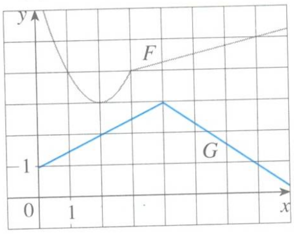
(b) Encontre $v'(5)$.




**48.** Seja $P(x) = F(x)G(x)$ e $Q(x) = F(x)/G(x)$ onde $F$ e $G$ são as funções cujos gráficos estão representados a seguir.

(a) Encontre $P'(2)$.

(b) Encontre $Q'(7)$.



**49.** Se $g$ é uma função derivável, encontre uma expressão para a derivada de cada uma das seguintes funções.

(a) $y = xg(x)$ (b) $y = \dfrac{x}{g(x)}$ (c) $y = \dfrac{g(x)}{x}$

**50.** Se $f$ for uma função derivável, encontre uma expressão para a derivada de cada uma das seguintes funções:

(a) $y = x^2 f(x)$ (b) $y = \dfrac{f(x)}{x^2}$

(c) $y = \dfrac{x^2}{f(x)}$ (d) $y = \dfrac{1 + xf(x)}{\sqrt{x}}$

**51.** Quantas retas tangentes à curva $y = x/(x + 1)$ passam pelo ponto $(1, 2)$? Em quais pontos essas retas tangentes tocam a curva?

**52.** Encontre as equações de retas tangentes à curva

$$y = \frac{x - 1}{x + 1}$$

paralelas à reta $x - 2y = 2$.

**53.** Neste exercício, estimaremos a taxa segundo a qual a renda pessoal total está subindo na área metropolitana da cidade de Richmond-Petersburg, Virgínia. Em julho de 1999, a população dessa área era de 961 400, e estava crescendo aproximadamente em 9 200 pessoas por ano. O rendimento anual médio era de \$ 30 593 *per capita*, e essa média crescia em torno de \$ 1 400 por ano (bem acima da média nacional, de cerca de \$ 1 225 anuais). Use a Regra do Produto e os dados aqui fornecidos para estimar a taxa segundo a qual a renda pessoal total estava crescendo na cidade em julho de 1999. Explique o significado de cada termo na Regra do Produto.

**54.** Um fabricante produz peças de tecido com tamanho fixo. A quantidade $q$ de cada peça de tecido (medida em metros) vendida é uma função do preço $p$ (em dólares por metro); logo, podemos escrever $q = f(p)$. Então, a receita total conseguido com o preço de venda $p$ é $R(p) = pf(p)$.

(a) O que significa dizer que $f(20) = 10\,000$ e $f'(20) = -350$?

(b) Tomando os valores da parte (a), encontre $R'(20)$ e interprete sua resposta.

**55.** (a) Use duas vezes a Regra do Produto para demonstrar que se $f$, $g$ e $h$ forem diferenciáveis, então $(fgh)' = f'gh + fg'h + fgh'$.

(b) Fazendo $f = g = h$ na parte (a), mostre que

$$\frac{d}{dx}[f(x)]^3 = 3[f(x)]^2 f'(x)$$

(c) Use a parte (b) para derivar $y = e^{3x}$.

**56.** (a) Se $F(x) = f(x)g(x)$, onde $f$ e $g$ têm derivadas de todas as ordens, mostre que $F'' = f''g + 2f'g' + fg''$.

(b) Encontre fórmulas análogas para $F'''$ e $F^{(4)}$.

(c) Faça uma conjectura para uma fórmula de $F^{(n)}$.

**57.** Encontre expressões para as primeiras cinco derivadas de $f(x) = x^2 e^x$. Você percebe um padrão nestas expressões? Conjecture uma fórmula para $f^{(n)}(x)$ e demonstre-a usando indução matemática.

**58.** (a) Se $g$ for derivável, a **Regra do Recíproco** afirma que

$$\frac{d}{dx}\left[\frac{1}{g(x)}\right] = -\frac{g'(x)}{[g(x)]^2}$$

Use a Regra do Quociente para demonstrar a Regra do Recíproco.

(b) Use a Regra do Recíproco para derivar a função do Exercício 18.

(c) Use a Regra do Recíproco para verificar que a Regra da Potência é válida para os inteiros negativos, isto é,

$$\frac{d}{dx}(x^{-n}) = -nx^{-n-1}$$

para todo inteiro positivo $n$.

## 3.3 EXERCÍCIOS

**1–16** Derive.

**1.** $f(x) = x - 3 \operatorname{sen} x$

**2.** $f(x) = x \operatorname{sen} x$

**3.** $y = \operatorname{sen} x + 10 \operatorname{tg} x$

**4.** $y = 2 \operatorname{cossec} x + 5 \cos x$

**5.** $g(t) = t^3 \cos t$

**6.** $g(t) = 4 \sec t + \operatorname{tg} t$

**7.** $h(\theta) = \operatorname{cossec} \theta + e^\theta \operatorname{cotg} \theta$

**8.** $y = e^u(\cos u + cu)$

**9.** $y = \dfrac{x}{2 - \operatorname{tg} x}$

**10.** $y = \dfrac{1 + \operatorname{sen} x}{x + \cos x}$

**11.** $f(\theta) = \dfrac{\sec \theta}{1 + \sec \theta}$

**12.** $y = \dfrac{1 - \sec x}{\operatorname{tg} x}$

**13.** $y = \dfrac{\operatorname{sen} x}{x^2}$

**14.** $y = \operatorname{cossec} \theta\,(\theta + \operatorname{cotg} \theta)$

**15.** $f(x) = xe^x \operatorname{cossec} x$

**16.** $y = x^2 \operatorname{sen} x \operatorname{tg} x$

**17.** Demonstre que $\dfrac{d}{dx}(\operatorname{cossec} x) = -\operatorname{cossec} x \operatorname{cotg} x$.

**18.** Demonstre que $\dfrac{d}{dx}(\sec x) = \sec x \operatorname{tg} x$ .

**19.** Demonstre que $\dfrac{d}{dx}(\operatorname{cotg} x) = -\operatorname{cossec}^2 x$.

**20.** Demonstre, pela definição de derivada, que se $f(x) = \cos x$, então $f'(x) = -\operatorname{sen} x$.

**21–24** Encontre uma equação da reta tangente à curva dada no ponto especificado.

**21.** $y = \sec x, \quad (\pi/3, 2)$

**22.** $y = e^x \cos x, \quad (0, 1)$

**23.** $y = x + \cos x, \quad (0, 1)$

**24.** $y = \dfrac{1}{\operatorname{sen} x + \cos x}, \quad (0, 1)$

**25.** (a) Encontre uma equação da reta tangente à curva $y = 2x \operatorname{sen} x$ no ponto $(\pi/2, \pi)$.

(b) Ilustre a parte (a) fazendo o gráfico da curva e da reta tangente na mesma tela.

**26.** (a) Encontre uma equação da reta tangente à curva $y = \sec x - 2 \cos x$ no ponto $(\pi/3, 1)$.

(b) Ilustre a parte (a) fazendo o gráfico da curva e da reta tangente na mesma tela.

**27.** (a) Se $f(x) = \sec x - x$, encontre $f'(x)$.

(b) Verifique que sua resposta para a parte (a) é razoável fazendo os gráficos de $f$ e $f'$ para $|x| < \pi/2$.

**28.** (a) Se $f(x) = e^x \cos x$, encontre $f'(x)$ e $f''(x)$.

(b) Verifique que sua resposta para a parte (a) é razoável fazendo os gráficos de $f$, $f'$ e $f''$.

**29.** Se $H(\theta) = \theta \operatorname{sen} \theta$, encontre $H'(\theta)$ e $H''(\theta)$ .

**30.** Se $f(x) = \sec x$, encontre $f''(\pi/4)$.

**31.** (a) Use a Regra do Quociente para derivar a função

$$f(x) = \frac{\operatorname{tg} x - 1}{\sec x}$$

(b) Simplifique a expressão para $f(x)$, escrevendo-a em termos de $\operatorname{sen} x$ e $\cos x$, e, então, encontre $f'(x)$.

(c) Mostre que suas respostas para as partes (a) e (b) são equivalentes.

**32.** Suponha que $f(\pi/3) = 4$, e $f'(\pi/3) = -2$, e faça

$$g(x) = f(x) \operatorname{sen} x$$

e

$$h(x) = \frac{\cos x}{f(x)}$$

Encontre (a) $g'(\pi/3)$ e (b) $h'(\pi/3)$.

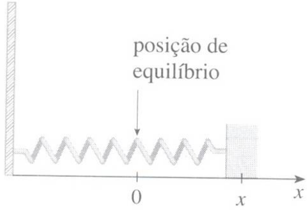
**33.** Que valores de $x$ fazem com que o gráfico de $f(x) = x + 2 \operatorname{sen} x$ tenha uma reta tangente horizontal?

**34.** Encontre os pontos sobre a curva $y = (\cos x)/(2 + \operatorname{sen} x)$ na qual a tangente é horizontal.

**35.** Um corpo em uma mola vibra horizontalmente sobre uma superfície lisa (veja a figura). Sua equação de movimento é $x(t) = 8 \operatorname{sen} t$, onde $t$ está em segundos e $x$, em centímetros.

(a) Encontre a velocidade e aceleração no instante $t$.

(b) Encontre a posição, velocidade e aceleração do corpo no instante $t = 2\pi/3$. Em que sentido ele está se movendo nesse instante?




**36.** Uma faixa elástica é pendurada em um gancho e um corpo está preso na extremidade inferior da faixa. Quando o corpo é puxado para baixo e então solto, ele vibra verticalmente. A equação do movimento é $s = 2\cos t + 3\,\text{sen}\,t$, $t \geqslant 0$, onde $s$ é medido em centímetros e $t$, em segundos. (Consideramos o sentido positivo como para baixo.)

(a) Encontre a velocidade e a aceleração no instante $t$.

(b) Faça os gráficos das funções velocidade e aceleração.

(c) Quando o corpo passa pela posição de equilíbrio pela primeira vez?

(d) A que distância da posição de equilíbrio o corpo chega?

(e) Quando a velocidade é máxima?

**37.** Uma escada com 6 m de comprimento está apoiada em uma parede vertical. Seja $\theta$ o ângulo entre o topo da escada e a parede, e $x$ a distância da base da escada até a parede. Se a base da escada escorregar para longe da parede, com que rapidez $x$ variará em relação a $\theta$ quando $\theta = \pi/3$?

**38.** Um objeto de massa $m$ é arrastado ao longo de um plano horizontal por uma força agindo ao longo de uma corda atada ao objeto. Se a corda faz um ângulo $\theta$ com o plano, então a intensidade da força é

$$F = \frac{\mu m g}{\mu\,\text{sen}\,\theta + \cos\theta}$$

onde $\mu$ é uma constante chamada *coeficiente de atrito*.

(a) Encontre a taxa de variação de $F$ em relação a $\theta$.

(b) Quando essa taxa de variação é igual a 0?

(c) Se $m = 20$ kg, t $= 9{,}8\text{m/s}^2$ e $\mu = 0{,}6$, faça o gráfico de $F$ como uma função de $\theta$ e use-o para localizar o valor de $\theta$ para o qual $dF/d\theta = 0$. Esse valor é consistente com a resposta dada na parte (b)?

**39–48** Encontre o limite.

**39.** $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{\text{sen}\,3x}{x}$

**40.** $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{\text{sen}\,4x}{\text{sen}\,6x}$

**41.** $\displaystyle\lim_{t \to 0} \frac{\text{tg}\,6t}{\text{sen}\,2t}$

**42.** $\displaystyle\lim_{\theta \to 0} \frac{\cos\theta - 1}{\text{sen}\,\theta}$

**43.** $\displaystyle\lim_{\theta \to 0} \frac{\text{sen}(\cos\theta)}{\sec\theta}$

**44.** $\displaystyle\lim_{t \to 0} \frac{\text{sen}^2\,3t}{t^2}$

**45.** $\displaystyle\lim_{\theta \to 0} \frac{\text{sen}\,\theta}{\theta + \text{tg}\,\theta}$

**46.** $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{\text{sen}\,(x^2)}{x}$

**47.** $\displaystyle\lim_{x \to \pi/4} \frac{1 - \text{tg}\,x}{\text{sen}\,x - \cos x}$

**48.** $\displaystyle\lim_{x \to 1} \frac{\text{sen}\,(x - 1)}{x^2 + x - 2}$

**49.** Derive cada identidade trigonométrica para obter uma nova identidade (ou uma familiar).

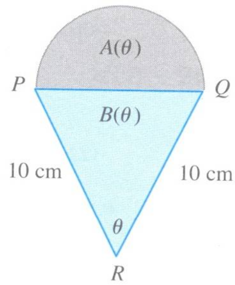
(a) $\text{tg}\,x = \dfrac{\text{sen}\,x}{\cos x}$

(b) $\sec x = \dfrac{1}{\cos x}$

(c) $\sec x + \cos x = \dfrac{1 + \text{cotg}\,x}{\text{cossec}\,x}$

**50.** O semicírculo com diâmetro $PQ$ está sobre um triângulo isósceles $PQR$ para formar uma região com um formato de sorvete, conforme mostra a figura. Se $A(\theta)$ for a área do semicírculo e $B(\theta)$ a área do triângulo, encontre

$$\lim_{\theta \to 0^+} \frac{A(\theta)}{B(\theta)}$$




**51.** A figura mostra um arco de círculo com comprimento $s$ e uma corda com comprimento $d$, ambos subentendidos por um ângulo central $\theta$. Encontre

$$\lim_{\theta \to 0^+} \frac{s}{d}$$