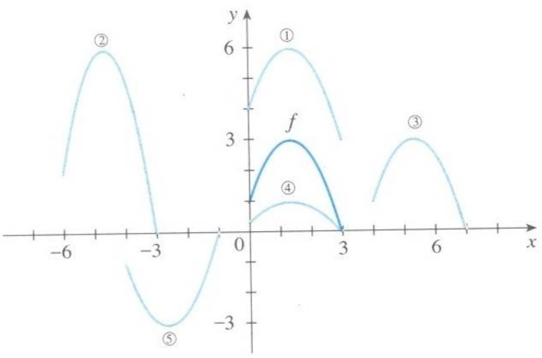
1.3 EXERCÍCIOS

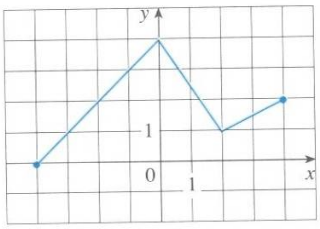
1. Suponha que seja dado o gráfico de f. Escreva as equações para os gráficos obtidos a partir do gráfico de f, da seguinte forma:
(a) Desloque 3 unidades para cima.
(b) Desloque 3 unidades para baixo.
(c) Desloque 3 unidades para a direita.
(d) Desloque 3 unidades para a esquerda.
(e) Faça uma reflexão em torno do eixo x.
(f) Faça uma reflexão em torno do eixo y.
(g) Expanda verticalmente por um fator de 3.
(h) Comprima verticalmente por um fator de 3.

2. Explique como obter, a partir do gráfico de $y = f(x)$, os gráficos a seguir:
(a) $y = 5f(x)$ (b) $y = f(x - 5)$
(c) $y = -f(x)$ (d) $y = -5f(x)$
(e) $y = f(5x)$ (f) $y = 5f(x) - 3$

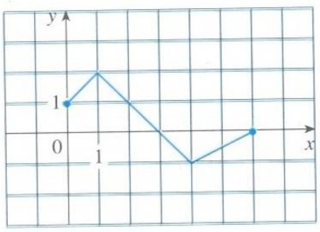
3. Dado o gráfico $y = f(x)$, associe cada equação com seu gráfico e justifique suas escolhas.
(a) $y = f(x - 4)$ (b) $y = f(x) + 3$
(c) $y = \frac{1}{3}f(x)$ (d) $y = -f(x + 4)$
(e) $y = 2f(x + 6)$



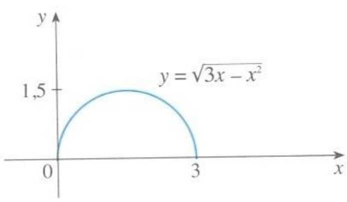
4. O gráfico de f é dado. Esboce os gráficos das seguintes funções:
(a) $y = f(x + 4)$ (b) $y = f(x) + 4$
(c) $y = 2f(x)$ (d) $y = -\frac{1}{2}f(x) + 3$



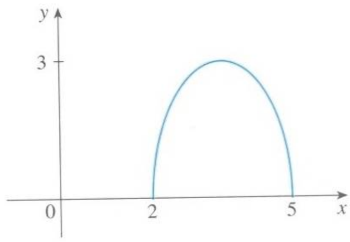
5. O gráfico de f é dado. Use-o para fazer o gráfico das seguintes funções:
(a) $y = f(2x)$ (b) $y = f(\frac{1}{2}x)$
(c) $y = f(-x)$ (d) $y = -f(-x)$



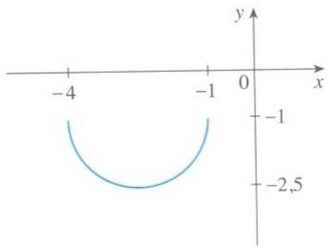
6–7 O gráfico de $y = \sqrt{3x - x^2}$ é dado. Use transformações para criar a função cujo gráfico é mostrado.



6.



7.



8. (a) Como estão relacionados o gráfico de $y = 2 \operatorname{sen} x$ e o de $y = \operatorname{sen} x$? Use sua resposta e a Figura 6 para esboçar o gráfico de $y = 2 \operatorname{sen} x$.
(b) Como estão relacionados o gráfico de $y = 1 + \sqrt{x}$ e o de $y = \sqrt{x}$? Utilize sua resposta e a Figura 4(a) para esboçar o gráfico de $y = 1 + \sqrt{x}$.

9–24 Faça o gráfico de cada função, sem marcar pontos, mas começando com o gráfico de uma das funções básicas dadas na Seção 1.2 e então aplicando as transformações apropriadas.

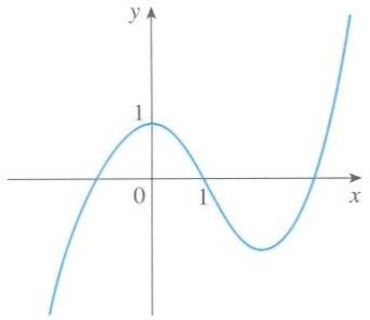
9. $y = -x^3$ **10.** $y = 1 - x^2$
11. $y = (x + 1)^2$ **12.** $y = x^2 - 4x + 3$
13. $y = 1 + 2 \cos x$ **14.** $y = 4 \operatorname{sen} 3x$
15. $y = \operatorname{sen}(x/2)$ **16.** $y = \dfrac{1}{x - 4}$
17. $y = \sqrt{x + 3}$ **18.** $y = (x + 2)^4 + 3$
19. $y = \frac{1}{2}(x^2 + 8x)$ **20.** $y = 1 + \sqrt[3]{x - 1}$
21. $y = \dfrac{2}{x + 1}$ **22.** $y = \dfrac{1}{4} \operatorname{tg}\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right)$
23. $y = |\operatorname{sen} x|$ **24.** $y = |x^2 - 2x|$

25. A cidade de Nova Delhi, na Índia, está localizada a uma latitude de 30 °N. Use a Figura 9 para encontrar uma função que modele o número de horas de luz solar em Nova Delhi como uma função da época do ano. Para verificar a precisão do seu modelo, use o fato de que nessa cidade, em 31 de março, o Sol surge às 6h13 da manhã e se põe às 18h39.

26. Uma estrela variável é aquela cujo brilho alternadamente cresce e decresce. Para a estrela variável mais visível, Delta Cephei, o período de tempo entre os brilhos máximos é de 5,4 dias, o brilho médio (ou magnitude) da estrela é 4,0, e seu brilho varia de $\pm 0{,}35$ em magnitude. Encontre uma função que modele o brilho de Delta Cephei como uma função do tempo.

27. (a) Como o gráfico de $y = f(|x|)$ está relacionado com o gráfico de f?
(b) Esboce o gráfico de $y = \text{sen}\,|x|$.
(c) Esboce o gráfico de $y = \sqrt{|x|}$.

28. Use o gráfico dado de f para esboçar o gráfico $y = 1/f(x)$. Quais aspectos de f são os mais importantes no esboço de $y = 1/f(x)$? Explique como eles são usados.



29–30 Encontre $f + g$, $f - g$, fg, e f/g e defina seus domínios.

29. $f(x) = x^3 + 2x^2$, $\quad g(x) = 3x^2 - 1$

30. $f(x) = \sqrt{3 - x}$, $\quad g(x) = \sqrt{x^2 - 1}$

31–32 Encontre as funções (a) $f \circ g$, (b) $g \circ f$, (c) $f \circ f$ e (d) $g \circ g$, e seus domínios.

31. $f(x) = x^2 - 1$, $\quad g(x) = 2x + 1$

32. $f(x) = x - 2$, $\quad g(x) = x^2 + 3x + 4$

33. $f(x) = 1 - 3x$, $\quad g(x) = \cos x$

34. $f(x) = \sqrt{x}$, $\quad g(x) = \sqrt[3]{1 - x}$

35. $f(x) = x + \dfrac{1}{x}$, $\quad g(x) = \dfrac{x + 1}{x + 2}$

36. $f(x) = \dfrac{x}{1 + x}$, $\quad g(x) = \text{sen}\,2x$

37–40 Encontre $f \circ g \circ h$

37. $f(x) = x + 1$, $\quad g(x) = 2x$, $\quad h(x) = x - 1$

38. $f(x) = 2x - 1$, $\quad g(x) = x^2$, $\quad h(x) = 1 - x$

39. $f(x) = \sqrt{x - 3}$, $\quad g(x) = x^2$, $\quad h(x) = x^3 + 2$

40. $f(x) = \text{tg}\,x$, $\quad g(x) = \dfrac{x}{x - 1}$, $\quad h(x) = \sqrt[3]{x}$

41–46 Expresse a função na forma $f \circ g$.

41. $F(x) = (x^2 + 1)^{10}$

42. $F(x) = \text{sen}\left(\sqrt{x}\right)$

43. $F(x) = \dfrac{\sqrt[3]{x}}{1 + \sqrt[3]{x}}$

44. $G(x) = \sqrt[3]{\dfrac{x}{1 + x}}$

45. $u(t) = \sqrt{\cos t}$

46. $u(t) = \dfrac{\text{tg}\,t}{1 + \text{tg}\,t}$

47–49 Expresse a função na forma $f \circ g \circ h$.

47. $H(x) = 1 - 3^{x^2}$

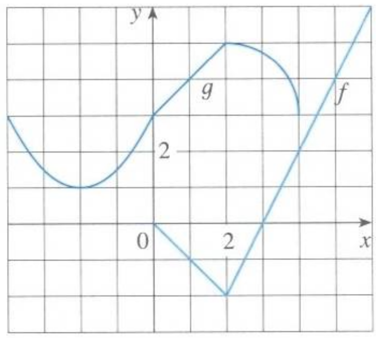
48. $H(x) = \sqrt[8]{2 + |x|}$

49. $H(x) = \sec^4\left(\sqrt{x}\right)$

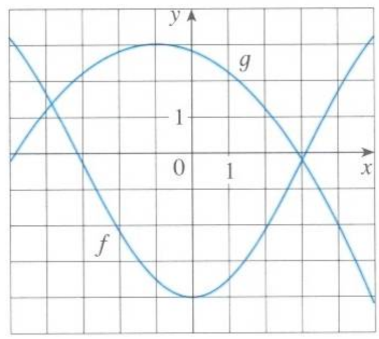
50. Use a tabela para determinar o valor de cada expressão.
(a) $f(g(1))$ (b) $g(f(1))$ (c) $f(f(1))$
(d) $g(g(1))$ (e) $(g \circ f)(3)$ (f) $(f \circ g)(6)$

x	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	3	1	4	2	2	5
$g(x)$	6	3	2	1	2	3

51. Use os gráficos dados de f e g para determinar o valor de cada uma das expressões ou explique por que elas não estão definidas.
(a) $f(g(2))$ (b) $g(f(0))$ (c) $(f \circ g)(0)$
(d) $(f \circ g)(6)$ (e) $(g \circ g)(-2)$ (f) $(f \circ f)(4)$



52. Use os gráficos dados de f e g para estimar o valor de $f(g(x))$ para $x = -5, -4, -3, \ldots, 5$. Use essas estimativas para esboçar o gráfico de $f \circ g$.



53. A queda de uma pedra em um lago gera ondas circulares que se espalham a uma velocidade de 60 cm/s.
(a) Expresse o raio desse círculo como uma função do tempo t (em segundos).
(b) Se A é a área do círculo como uma função do raio, encontre $A \circ r$ e interprete-a.

54. Um balão esférico é inflado e seu raio aumenta a uma taxa de 2 cm/s.
(a) Expresse o raio r do balão como uma função do tempo t (em segundos).
(b) Se V for o volume do balão como função do raio, encontre $V \circ r$ e interprete-a.

55. Um navio se move a uma velocidade de 30 km/h paralelo a uma costa retilínea. O navio está a 6 km da costa e passa por um farol ao meio-dia.
(a) Expresse a distância s entre o farol e o navio como uma função de d, a distância que o navio percorreu desde o meio-dia; ou seja, encontre f tal que $s = f(d)$.
(b) Expresse d como uma função de t, o tempo decorrido desde o meio-dia; ou seja, encontre g tal que $d = g(t)$.
(c) Encontre $f \circ g$. O que esta função representa?

56. Um avião voa a uma velocidade de 350 km/h, a uma altitude de 1 km e passa diretamente sobre uma estação de radar no instante $t = 0$.

(a) Expresse a distância horizontal de voo d (em quilômetros) como uma função de t.
(b) Expresse a distância s entre o avião e a estação de radar como uma função de d.
(c) Use composição para expressar s como uma função de t.

57. A **função de Heaviside** H é definida por

$$H(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } t < 0 \\ 1 & \text{se } t \geqslant 0 \end{cases}$$

Essa função é usada no estudo de circuitos elétricos para representar o surgimento repentino de corrente elétrica, ou voltagem, quando uma chave é instantaneamente ligada.
(a) Esboce o gráfico da função de Heaviside.
(b) Esboce o gráfico da voltagem $V(t)$ no circuito se uma chave for ligada no instante $t = 0$ e 120 volts forem aplicados instantaneamente no circuito. Escreva uma fórmula para $V(t)$ em termos de $H(t)$.
(c) Esboce o gráfico da voltagem $V(t)$ em um circuito quando é ligada uma chave em $t = 5$ segundos e 240 volts são aplicados instantaneamente no circuito. Escreva uma fórmula para $V(t)$ em termos de $H(t)$. (Observe que começar em $t = 5$ corresponde a uma translação.)

58. A função de Heaviside definida no Exercício 57 pode também ser usada para definir uma **função rampa** $y = ctH(t)$, que representa o crescimento gradual na voltagem ou corrente no circuito.
(a) Esboce o gráfico da função rampa $y = tH(t)$.
(b) Esboce o gráfico da voltagem $V(t)$ no circuito se uma chave for ligada no instante $t = 0$ e a voltagem crescer gradualmente até 120 volts em um intervalo de 60 segundos. Escreva uma fórmula para $V(t)$ em termos de $H(t)$ para $t \leqslant 60$.
(c) Esboce o gráfico da voltagem $V(t)$ em um circuito se em $t = 7$ s for ligada uma chave e a voltagem crescer gradualmente até 100 volts em um período de 25 segundos. Escreva uma fórmula para $V(t)$ em termos de $H(t)$ para $t \leqslant 32$.

59. Sejam f e g funções lineares com equações $f(x) = m_1x + b_1$ e $g(x) = m_2x + b_2$. A função $f \circ g$ também é linear? Em caso afirmativo, qual é a inclinação de seu gráfico?

60. Se você investir x dólares a 4% de juros capitalizados anualmente, então o valor $A(x)$ do investimento depois de um ano é $A(x) = 1{,}04x$. Encontre $A \circ A$, $A \circ A \circ A$, e $A \circ A \circ A \circ A$. O que estas composições representam? Encontre uma fórmula para a composição de n cópias de A.

61. (a) Se $g(x) = 2x + 1$ e $h(x) = 4x^2 + 4x + 7$, encontre uma função f tal que $f \circ g = h$. (Pense em quais operações você teria que efetuar na fórmula de g para chegar na fórmula de h.)
(b) Se $f(x) = 3x + 5$ e $h(x) = 3x^2 + 3x + 2$, encontre uma função g tal que $f \circ g = h$.

62. Se $f(x) = x + 4$ e $h(x) = 4x - 1$, encontre uma função g tal que $g \circ f = h$.

63. (a) Suponha que f e g sejam funções pares. O que você pode dizer sobre $f + g$ e fg?
(b) E se f e g forem ambas ímpares?

64. Suponha que f seja uma função par e que g seja ímpar. O que você pode dizer sobre fg?

65. Suponha que g seja uma função par e seja $h = f \circ g$. A função h é sempre uma função par?

66. Suponha que g seja uma função ímpar e seja $h = f \circ g$. A função h é sempre uma função ímpar? E se f for ímpar? E se f for par?