

4.5 EXERCÍCIOS

1-52 Use o roteiro desta seção para esboçar a curva.

- | | | | |
|-------------------------------|-------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|
| 1. $y = x^3 + x$ | 2. $y = x^3 + 6x^2 + 9x$ | 21. $y = \sqrt{x^2 + x - 2}$ | 22. $y = \sqrt{x^2 + x} - x$ |
| 3. $y = 2 - 15x + 9x^2 - x^3$ | 4. $y = 8x^2 - x^4$ | 23. $y = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ | 24. $y = x\sqrt{2 - x^2}$ |
| 5. $y = x^4 + 4x^3$ | 6. $y = x(x + 2)^3$ | 25. $y = \frac{\sqrt{1 - x^2}}{x}$ | 26. $y = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}}$ |
| 7. $y = 2x^5 - 5x^2 + 1$ | 8. $y = 20x^3 - 3x^5$ | 27. $y = x + 3x^{2/3}$ | 28. $y = x^{5/3} - 5x^{2/3}$ |
| 9. $y = \frac{x}{x - 1}$ | 10. $y = \frac{x}{(x - 1)^2}$ | 29. $y = \sqrt[3]{x^2 - 1}$ | 30. $y = \sqrt[3]{x^3 + 1}$ |
| 11. $y = \frac{1}{x^2 - 9}$ | 12. $y = \frac{x}{x^2 - 9}$ | 31. $y = 3 \operatorname{sen} x - \operatorname{sen}^3 x$ | 32. $y = x + \cos x$ |
| 13. $y = \frac{x}{x^2 + 9}$ | 14. $y = \frac{x^2}{x^2 + 9}$ | 33. $y = x \operatorname{tg} x, \quad -\pi/2 < x < \pi/2$ | |
| 15. $y = \frac{x - 1}{x^2}$ | 16. $y = 1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$ | 34. $y = 2x - \operatorname{tg} x, \quad -\pi/2 < x < \pi/2$ | |
| 17. $y = \frac{x^2}{x^2 + 3}$ | 18. $y = \frac{x}{x^3 - 1}$ | 35. $y = \frac{1}{2}x - \operatorname{sen} x, \quad 0 < x < 3\pi$ | |
| 19. $y = x\sqrt{5 - x}$ | 20. $y = \sqrt{x} - \sqrt{x - 1}$ | 36. $y = \sec x + \operatorname{tg} x, \quad 0 < x < \pi/2$ | |
| | | 37. $y = \frac{\operatorname{sen} x}{1 + \cos x}$ | 38. $y = \frac{\operatorname{sen} x}{2 + \cos x}$ |
| | | 39. $y = e^{\operatorname{sen} x}$ | 40. $y = e^{-x} \operatorname{sen} x, \quad 0 < x < \pi/2$ |

41. $y = 1/(1 + e^{-x})$ 42. $y = e^{2x} - e^x$
 43. $y = x - \ln x$ 44. $y = e^x/x$
 45. $y = (1 + e^x)^{-2}$ 46. $y = \ln(x^2 - 3x + 2)$
 47. $y = \ln(\sin x)^2$ 48. $y = \frac{\ln x}{x^2}$
 49. $y = xe^{-x^2}$ 50. $y = (x^2 - 3)e^{-x}$
 51. $y = e^{3x} + e^{-2x}$ 52. $y = \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$

53. Na teoria da relatividade, a massa de uma partícula é

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

em que m_0 é a massa de repouso da partícula, m é a massa quando a partícula se move com velocidade v em relação ao observador e c é a velocidade da luz. Esboce o gráfico de m como uma função de v .

54. Na teoria da relatividade, a energia de uma partícula é

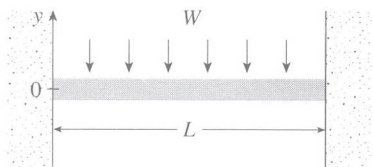
$$E = \sqrt{m_0^2 c^4 + h^2 c^2 / \lambda^2}$$

em que m_0 é a massa de repouso da partícula, λ é seu comprimento de onda e h é a constante de Planck. Esboce o gráfico de E como uma função de λ . O que o gráfico nos diz sobre a energia?

55. A figura mostra uma viga de comprimento L embutida entre paredes de concreto. Se uma carga constante W for distribuída uniformemente ao longo de seu comprimento, a viga assumirá a forma da curva de deflexão

$$y = -\frac{W}{24EI}x^4 + \frac{WL}{12EI}x^3 - \frac{WL^2}{24EI}x^2$$

em que E e I são constantes positivas. (E é o módulo de elasticidade de Young, e I é o momento de inércia da seção transversal da viga.) Esboce o gráfico da curva de deflexão.

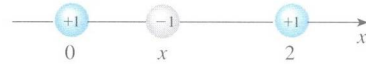


56. A Lei de Coulomb afirma que a força de atração entre duas partículas carregadas é diretamente proporcional ao produto das cargas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre elas. A figura mostra partículas com carga 1 localizadas nas posições 0 e 2 sobre o eixo das coordenadas, e uma partícula com a carga -1 em uma posição x entre elas. Segue da Lei de Coulomb que a força resultante agindo sobre a partícula do meio é

ções 0 e 2 sobre o eixo das coordenadas, e uma partícula com a carga -1 em uma posição x entre elas. Segue da Lei de Coulomb que a força resultante agindo sobre a partícula do meio é

$$F(x) = -\frac{k}{x^2} + \frac{k}{(x-2)^2} \quad 0 < x < 2$$

em que k é uma constante positiva. Esboce o gráfico da função força resultante. O que o gráfico mostra sobre a força?



57-60 Ache a equação da assíntota oblíqua. Não desenhe a curva.

57. $y = \frac{x^2 + 1}{x + 1}$ 58. $y = \frac{2x^3 + x^2 + x + 3}{x^2 + 2x}$

59. $y = \frac{4x^3 - 2x^2 + 5}{2x^2 + x - 3}$ 60. $y = \frac{5x^4 + x^2 + x}{x^3 - x^2 + 2}$

61-66 Use o roteiro desta seção para esboçar o gráfico da curva. No passo D, ache uma equação para a assíntota oblíqua.

61. $y = \frac{-2x^2 + 5x - 1}{2x - 1}$ 62. $y = \frac{x^2 + 12}{x - 2}$

63. $xy = x^2 + 4$ 64. $y = e^x - x$

65. $y = \frac{2x^3 + x^2 + 1}{x^2 + 1}$ 66. $y = \frac{(x + 1)^3}{(x - 1)^2}$

67. Mostre que a curva $y = x - \operatorname{tg}^{-1} x$ tem duas assíntotas oblíquas: $y = x + \pi/2$ e $y = x - \pi/2$. Use esse fato para esboçar a curva.

68. Mostre que a curva $y = \sqrt{x^2 + 4x}$ tem duas assíntotas oblíquas: $y = x + 2$ e $y = -x - 2$. Use esse fato para esboçar a curva.

69. Mostre que as retas $y = (b/a)x$ e $y = -(b/a)x$ são assíntotas oblíquas da hipérbole $(x^2/a^2) - (y^2/b^2) = 1$.

70. Seja $f(x) = (x^3 + 1)/x$. Mostre que

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - x^2] = 0$$

Isso mostra que o gráfico de f tende ao gráfico de $y = x^2$, e dizemos que a curva $y = f(x)$ é *assintótica* à parábola $y = x^2$. Use esse fato para ajudá-lo no esboço do gráfico de f .

71. Discuta o comportamento assintótico de $f(x) = (x^4 + 1)/x$ da mesma forma que no Exercício 70. Use então seus resultados para auxiliá-lo no esboço do gráfico de f .

72. Use o comportamento assintótico de $f(x) = \cos x + 1/x^2$ para esboçar seu gráfico sem seguir o roteiro de esboço de curvas desta seção.