1.1 EXERCÍCIOS

1. Dado o gráfico de uma função f:

(a) Obtenha o valor de $f(-1)$.

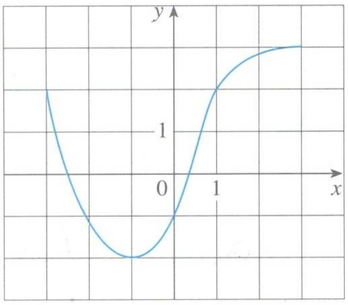
(b) Estime o valor de $f(2)$.

(c) $f(x) = 2$ para quais valores de x?

(d) Estime os valores de x para os quais $f(x) = 0$.

(e) Obtenha o domínio e a imagem de f.

(f) Em qual intervalo f é crescente?



2. Dados os gráficos de f e g:

(a) Obtenha os valores de $f(-4)$ e $g(3)$.

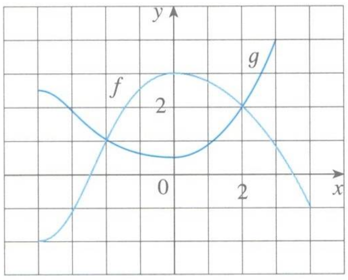
(b) $f(x) = g(x)$ para quais valores de x?

(c) Estime a solução da equação $f(x) = -1$.

(d) Em qual intervalo f é decrescente?

(e) Dê o domínio e a imagem de f.

(f) Obtenha o domínio e a imagem de g.

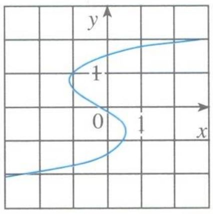


3. A Figura 1 foi registrada por um instrumento monitorado pelo Departamento de Minas e Geologia da Califórnia pertencente ao Hospital Universitário do Sul da Califórnia, em Los Angeles. Use-a para estimar a imagem da função da aceleração vertical do solo na USC durante o terremoto de Northridge.

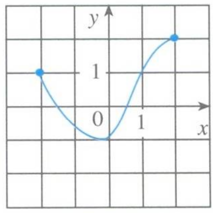
4. Nesta seção discutimos exemplos de funções no dia a dia, como: a população em função do tempo; o custo da franquia postal em função do peso; a temperatura da água em função do tempo. Dê três novos exemplos de funções cotidianas que possam ser descritas verbalmente. O que você pode dizer sobre o domínio e a imagem de cada uma dessas funções? Se possível, esboce um gráfico para cada uma delas.

5-8 Determine se a curva dada é o gráfico de uma função de x. Se for o caso, obtenha o domínio e a imagem da função.

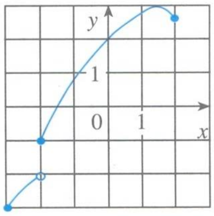
5.



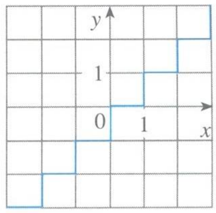
6.



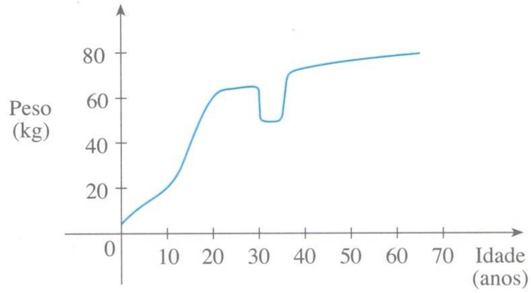
7.



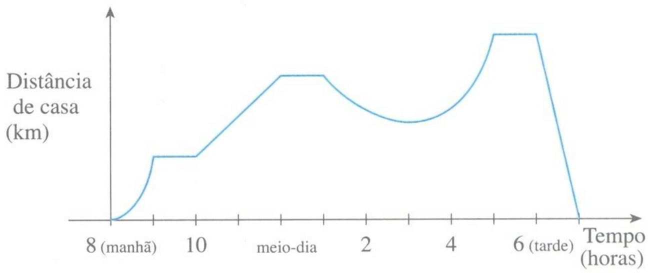
8.



9. O gráfico mostra o peso de uma certa pessoa como uma função da idade. Descreva em forma de texto como o peso dessa pessoa varia com o tempo. O que você acha que aconteceu quando essa pessoa tinha 30 anos?



10. O gráfico mostra a distância que um caixeiro-viajante está de sua casa em um certo dia, como uma função do tempo. Descreva em palavras o que o gráfico indica sobre suas andanças nesse dia.



11. Ponha cubos de gelo em um copo, encha-o com água fria e deixe-o sobre uma mesa. Descreva como vai variar no tempo a temperatura da água. Esboce então um gráfico da temperatura da água como uma função do tempo decorrido.

12. Esboce um gráfico do número de horas diárias de luz do sol como uma função do tempo no decorrer de um ano.

13. Esboce um gráfico da temperatura externa como uma função do tempo durante um dia típico de primavera.

14. Esboce um gráfico do valor de mercado de um carro novo como função do tempo por um período de 20 anos. Suponha que ele esteja bem conservado.

15. Esboce o gráfico da quantidade de uma marca particular de café vendida por uma loja como função do preço do café.

16. Coloque uma torta gelada em um forno e asse-a por uma hora. Então tire-a do forno e deixe-a esfriar antes de comê-la. Descreva como varia no tempo a temperatura da torta. Esboce um gráfico da temperatura da torta como uma função do tempo.

17. Um homem apara seu gramado toda quarta-feira à tarde. Esboce o gráfico da altura da grama como uma função do tempo no decorrer de um período de quatro semanas.

18. Um avião vai de um aeroporto a outro em uma hora, e a distância entre eles é de 400 km. Se t representa o tempo em minutos desde a partida do avião, seja $x(t)$ a distância horizontal percorrida e $y(t)$ a altura do avião.
(a) Esboce um possível gráfico de $x(t)$.
(b) Esboce um possível gráfico de $y(t)$.
(c) Esboce um possível gráfico da velocidade no solo.
(d) Esboce um possível gráfico da velocidade vertical.

19. Uma estimativa anual do número N (em milhões) de assinantes de telefones celulares no mundo é mostrada na tabela. (São dadas estimativas para meados do ano.)

t	1990	1992	1994	1996	1998	2000
N	11	26	60	160	340	650

(a) Use os dados da tabela para esboçar o gráfico de N como uma função t.
(b) Use seu gráfico para estimar o número de assinantes de telefones celulares nos anos de 1995 e 1999.

20. Os registros de temperatura T (em °C) foram tomados de duas em duas horas a partir da meia-noite até as 15 horas, em Montreal, em 13 de junho de 2004. O tempo foi medido em horas após a meia-noite.

t	0	3	6	9	12	15
T	21,5	19,8	20,0	22,2	24,8	25,8

(a) Use os registros para esboçar um gráfico de T como uma função de t.
(b) Use seu gráfico para estimar a temperatura às 11 horas da manhã.

21. Se $f(x) = 3x^2 - x + 2$, encontre $f(2), f(-2), f(a), f(-a), f(a+1), 2f(a), f(2a), f(a^2), [f(a)]^2$ e $f(a+h)$.

22. Um balão esférico com raio de r centímetros tem o volume $V(r) = \frac{4}{3}\pi r^3$. Encontre uma função que represente a quantidade de ar necessária para inflar o balão de um raio r até um raio $r + 1$ centímetros.

23–26 Calcule o quociente das diferenças para a função dada. Simplifique sua resposta.

23. $f(x) = 4 + 3x - x^2$, $\dfrac{f(3+h) - f(3)}{h}$

24. $f(x) = x^3$, $\dfrac{f(a+h) - f(a)}{h}$

25. $f(x) = \dfrac{1}{x}$, $\dfrac{f(x) - f(a)}{x - a}$

26. $f(x) = \dfrac{x+3}{x+1}$, $\dfrac{f(x) - f(1)}{x - 1}$

27–31 Encontre o domínio da função.

27. $f(x) = \dfrac{x}{3x - 1}$,

28. $f(x) = \dfrac{5x + 4}{x^2 + 3x + 2}$

29. $f(t) = \sqrt{t} + \sqrt[3]{t}$

30. $g(u) = \sqrt{u} + \sqrt{4 - u}$

31. $h(x) = \dfrac{1}{\sqrt[4]{x^2 - 5x}}$

32. Encontre o domínio e a imagem e esboce o gráfico da função $h(x) = \sqrt{4 - x^2}$.

33–44 Encontre o domínio e esboce o gráfico da função.

33. $f(x) = 5$

34. $F(x) = \frac{1}{2}(x + 3)$

35. $f(t) = t^2 - 6t$

36. $H(t) = \dfrac{4 - t^2}{2 - t}$

37. $g(x) = \sqrt{x - 5}$

38. $F(x) = |2x + 1|$

39. $G(x) = \dfrac{3x + |x|}{x}$

40. $g(x) = \dfrac{|x|}{x^2}$

41. $f(x) = \begin{cases} x + 2 & \text{se } x < 0 \\ 1 - x & \text{se } x \geqslant 0 \end{cases}$

42. $f(x) = \begin{cases} 3 - \frac{1}{2}x & \text{se } x \leqslant 2 \\ 2x - 5 & \text{se } x > 2 \end{cases}$

43. $f(x) = \begin{cases} x + 2 & \text{se } x \leqslant -1 \\ x^2 & \text{se } x > -1 \end{cases}$

44. $f(x) = \begin{cases} x + 9 & \text{se } x < -3 \\ -2x & \text{se } |x| \leqslant 3 \\ -6 & \text{se } x > 3 \end{cases}$

45–50 Encontre uma expressão para a função cujo gráfico é a curva dada.

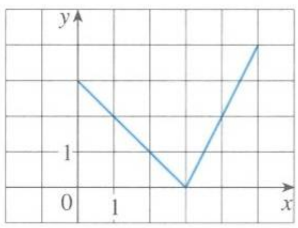
45. O segmento de reta unindo os pontos $(1, -3)$ e $(5, 7)$.

46. O segmento de reta unindo os pontos $(-5, 10)$ e $(7, -10)$.

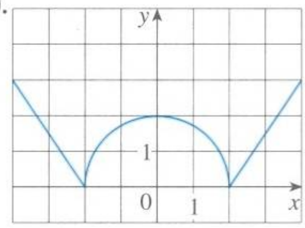
47. A metade inferior da parábola $x + (y - 1)^2 = 0$.

48. A metade superior do círculo $x^2 + (y - 2)^2 = 4$.

49.



50.



51–55 Encontre uma fórmula para a função descrita e obtenha seu domínio.

51. Um retângulo tem um perímetro de 20 metros. Expresse a área do retângulo como uma função do comprimento de um de seus lados.

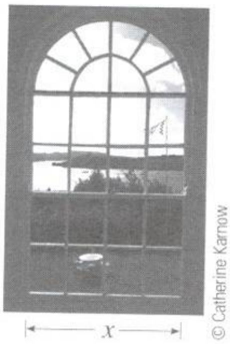
52. Um retângulo tem uma área de 16 m^2. Expresse o perímetro do retângulo como uma função do comprimento de um de seus lados.

53. Expresse a área de um triângulo equilátero como uma função do comprimento de um lado.

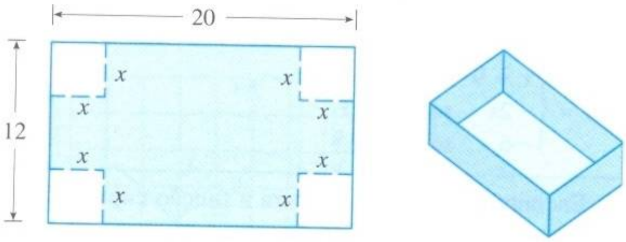
54. Expresse a área da superfície de um cubo como uma função de seu volume.

55. Uma caixa retangular aberta com volume de 2 m^3 tem uma base quadrada. Expresse a área da superfície da caixa como uma função do comprimento de um lado da base.

56. Uma janela normanda tem um formato de um retângulo em cima do qual se coloca um semicírculo. Se o perímetro da janela for de 10 m, expresse a área A da janela como uma função de sua largura x.



57. Uma caixa sem tampa deve ser construída de um pedaço retangular de papelão com dimensões 12 cm por 20 cm. Para isso, devem-se cortar quadrados de lados x de cada canto e depois dobrar, conforme mostra a figura. Expresse o volume V da caixa como uma função de x.



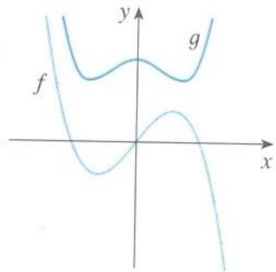
58. Uma companhia de táxi cobra $ 2 pelo primeiro quilômetro (ou parte de quilômetro) e 20 centavos a cada décimo de quilômetro adicional (ou parte disso). Expresse o custo C (em dólares) de uma corrida como uma função da distância x percorrida (em quilômetros) para $0 < x < 2$ e esboce o gráfico desta função.

59. Em um certo país, o imposto de renda é taxado da maneira a seguir. Não há taxa para rendimentos até $ 10 000. Qualquer renda acima de $ 10 000 e abaixo de $ 20 000 é taxada em 10%. Qualquer renda acima de $ 20 000 é taxada em 15%.
(a) Esboce o gráfico da taxa de impostos R como uma função da renda I.
(b) Qual o imposto cobrado sobre um rendimento de $ 14 000? E sobre $ 26 000?
(c) Esboce o gráfico do imposto total cobrado T como uma função da renda I.

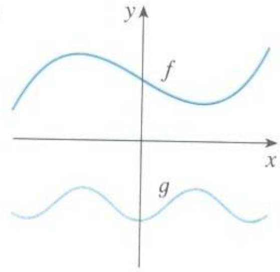
60. As funções no Exemplo 10 e nos Exercícios 58 e 59(a) são chamadas *funções escada*, em virtude do aspecto de seus gráficos. Dê dois outros exemplos de funções escada que aparecem no dia a dia.

61–62 Os gráficos de f e de g são mostrados a seguir. Verifique se cada função é par, ímpar ou nem par nem ímpar. Explique seu raciocínio.

61.

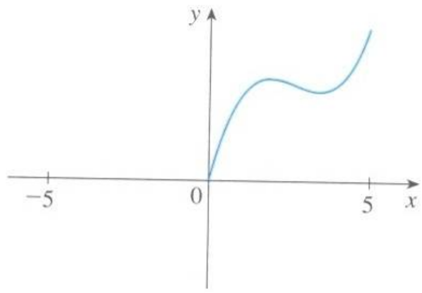


62.



63. (a) Se o ponto (5, 3) estiver no gráfico de uma função par, que outro ponto também deverá estar no gráfico?
(b) Se o ponto (5, 3) estiver no gráfico de uma função ímpar, que outro ponto deverá também estar no gráfico?

64. Uma função f tem o domínio $[-5, 5]$ e é mostrada uma parte do seu gráfico.
(a) Complete o gráfico de f sabendo que ela é uma função par.
(b) Complete o gráfico de f sabendo que ela é uma função ímpar.



65–70 Determine se f é par, ímpar ou nenhum dos dois. Se você tiver uma calculadora gráfica, use-a para verificar visualmente sua resposta.

65. $f(x) = \dfrac{x}{x^2 + 1}$

66. $f(x) = \dfrac{x^2}{x^4 + 1}$

67. $f(x) = \dfrac{x}{x + 1}$

68. $f(x) = x|x|$

69. $f(x) = 1 + 3x^2 - x^4$

70. $f(x) = 1 + 3x^3 - x^5$