

## MAT1513 - Laboratório de Matemática – Noturno 2014

### TG6 – Gráficos das funções exponenciais e logarítmicas

A partir das ferramentas do Cálculo Diferencial é possível mostrar que os gráficos de

$y = 2^x$  e de  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  são os seguintes:

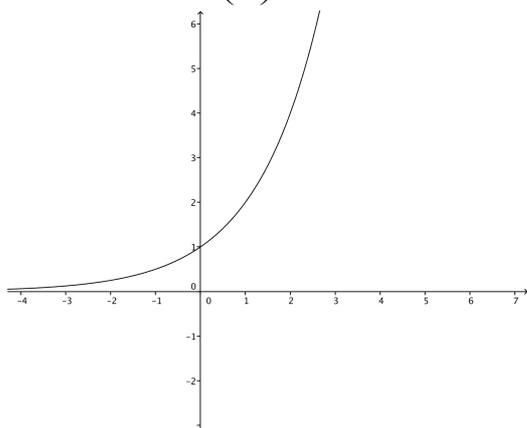


Figura 1: O gráfico de  $y = 2^x$

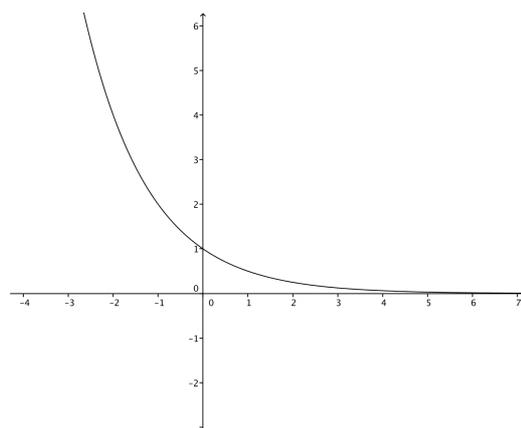


Figura 2: O gráfico de  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

**Exercício 1:** Como você convenceria os alunos da Escola Básica de que os gráficos acima estão corretos?

**Exercício 2:** Num mesmo sistema de coordenadas, construa os gráficos das funções:

$$y = 2^x, y = 3^x \text{ e } y = 5^x.$$

Justifique os seguintes fatos:

a) todos os três gráficos passam pelo ponto  $(0,1)$ ;

b) para  $x > 0$ , temos  $3^x > 2^x$ , enquanto que para  $x < 0$ , temos  $3^x < 2^x$ .

**Exercício 3:** No mesmo sistema de coordenadas, construa os gráficos das funções:

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x, y = \left(\frac{1}{3}\right)^x \text{ e } y = \left(\frac{1}{5}\right)^x.$$

Justifique os seguintes fatos:

a) todos os três gráficos passam pelo ponto  $(0,1)$ ;

b) para  $x > 0$ , temos  $\left(\frac{1}{3}\right)^x < \left(\frac{1}{2}\right)^x$ , enquanto que para  $x < 0$ , temos  $\left(\frac{1}{3}\right)^x > \left(\frac{1}{2}\right)^x$ .

**Exercício 4:** Construa o gráfico de

a)  $y = \left(\frac{4}{5}\right)^x$

b)  $y = \left(\frac{13}{9}\right)^x$

Justifique as suas construções.

**Exercício 5:** Prove que os pontos  $(a,b)$  e  $(b,a)$  são simétricos em relação à reta  $y = x$  e que, de modo geral, se  $f$  e  $g$  são funções inversas, isto é,  $(g \circ f)(x) = x$ , então seus gráficos são simétricos em relação à reta  $y = x$ . Prove esse fato.

**Exercício 6:** Num mesmo sistema de coordenadas faça o gráfico das funções:  $y = 2^x$  e  $y = \log_2 x$ . Justifique.

**Exercício 7:** Num mesmo sistema de coordenadas faça o gráfico das funções:

$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  e  $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ . Justifique.

**Exercício 8:** Num mesmo sistema de coordenadas, construa os gráficos das funções:  $y = \log_2 x$ ,  $y = \log_3 x$  e  $y = \log_5 x$ .

Justifique os seguintes fatos:

a) todos os três gráficos passam pelo ponto  $(1,0)$ ;

b) para  $x > 1$ , temos  $\log_2 x > \log_3 x$ , enquanto que para  $0 < x < 1$ , temos  $\log_2 x < \log_3 x$ .

**Exercício 9:** Enuncie e desenvolva o exercício análogo ao anterior considerando as funções logarítmicas de bases  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$  e  $\frac{1}{5}$ .

**Exercício 10:** Finalmente, construa o gráfico de

a)  $y = \log_{\frac{2}{3}} x$

b)  $y = \log_{\frac{7}{5}} x$

Justifique as suas construções.