

MAT1513 - Laboratório de Matemática – Noturno 2014

TG1 – Lógica e demonstrações

Demonstração Direta

1. As demonstrações abaixo estão um pouco confusas. Numere as sentenças, arrumando-as em ordem lógica:

A.

- () Quem não tem colírio, usa óculos escuros.
- () Quem não tem cão, caça com gatos.
- () Quem não distingue bem as coisas, está com falta de colírio.
- () Quem caça com gatos, não distingue bem as coisas.

Qual *teorema* foi provado pelas proposições que você ordenou?

B.

- () A NASA enviaria alguns ratos numa missão lunar se eles fossem astronautas convictos.
- () Se ratos fossem enviados numa missão lunar, os olhos do mundo todo estariam sobre eles na TV.
- () Se a lua fosse feita de queijo fresco, os ratos seriam astronautas convictos.
- () Seria um passo de gigante para o gênero dos ratos se os olhos do mundo todo se voltassem para eles na TV.

Qual *teorema* foi provado pelas proposições que você ordenou?

2. Reorganize as demonstrações abaixo, de modo que sejam mais fáceis de entender:

A. *Teorema*: Se não existe Grande Bruxo, Snoopy não terá torta para jantar.

Demonstração:

1. Se Lucy prega uma peça em Charlie Brown, ele fica magoado.
2. Se Linus se engana, Lucy fica contente.
3. Se Lucy está impossível, ela prega uma peça em Charlie Brown.
4. Se não existe Grande Bruxo, então Linus se enganou.
5. Se Charlie Brown se esquece de alimentar Snoopy, Snoopy não terá torta para jantar.
6. Se Lucy está contente, ela fica impossível.
7. Charlie Brown se esquece de alimentar Snoopy se ele está magoado.

B. *Teorema*: Se este é o último exercício, então não é fácil.

Demonstração:

1. Se este exercício estiver arranjado em ordem lógica, então não é o último.
2. Se não consigo entender um exercício, fico tonto tentando fazê-lo.
3. Se um exercício é fácil, não me dá trabalho.
4. Se fico tonto tentando fazer um exercício, ele está me dando trabalho.
5. Se um exercício não está arranjado em ordem lógica, não consigo entendê-lo.

Demonstração Indireta

3. Há muitos exercícios de lógica que seguem o modelo da história *A Donzela e o Tigre*, criada por Frank Stockton. Nesta história, o rei obriga um jovem guerreiro inimigo feito prisioneiro a escolher entre dois quartos. Um dos quartos contém uma donzela, com a qual se poderá casar e viver feliz para sempre. O outro contém um tigre feroz, com o qual terá de lutar. Um teste de lógica possível é sugerido por Raymond Smullyan como segue: o rei coloca um cartaz em cada porta, sendo um deles verdadeiro e o outro falso, com os dizeres abaixo:

- A. Neste quarto há uma donzela, e no outro há um tigre.
- B. Em um destes quartos há uma donzela, e no outro há um tigre.

Em qual quarto está a donzela? Justifique sua resposta.

Sistemas Dedutivos - As Flugas Coscantes

4. R. J. Trudeau, autor de *The Non-Euclidean Revolution*, movido pela preocupação de explicar o funcionamento dos sistemas dedutivos, criou a seguinte atividade:

Termos primitivos: *coscar*, *flugas*

Axiomas:

- A1.** Nenhuma fluga cosca a si mesma.
- A2.** Dadas duas flugas distintas, uma delas necessariamente coscará a outra.
- A3.** Se A, B e C são três flugas tais que A cosca B e B cosca C, então A cosca C.
- A4.** Existem exatamente três flugas.

Teoremas e definições

T1. Sendo A e B flugas distintas, se A cosca B, então B não cosca A.

T2. Existe pelo menos uma fluga que cosca todas as outras.

Definição 1. Uma fluga que cosca todas as outras é chamada de *fluga chata*.

T3. Existe somente uma fluga chata.

T4. Existe pelo menos uma fluga que é coscada por todas as outras.

Definição 2. Uma fluga que é coscada por todas as outras é chamada de *fluga infeliz*.

T5. Existe somente uma fluga infeliz.

- a) Prove esses teoremas.
- b) Indique um conjunto de objetos reais e relações entre eles que satisfaçam todos as definições e teoremas dos termos *flugas*, *coscar*, *fluga chata* e *fluga infeliz*.