MAT 331 - ELEMENTOS DE TEORIA DOS CONJUNTOS
2º SEMESTRE 2015
LICENCIATURA - IME - NOTURNO

PROVA 2

Nome: _____ N° USP: _____

1. (2,0) Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$, $n \subseteq \mathbb{N}$.
2. (a) (1,0) Sejam X, Y, A conjuntos. Prove que se $X \subseteq Y$, então $|A^X| \leq |A^Y|$.
(b) (1,0) Prove que $\mathbb{Z}$ é enumerável.
3. Prove que:
(a) (1,0) Se A e B são finitos disjuntos, então $|A \cup B| = |A| + |B|$.
(b) (2,0) Se X e Y são finitos, então $|X \times Y| = |X| \cdot |Y|$.

*Escolha apenas uma das questões abaixo para ser resolvida. Indique **claramente** a sua opção.*

4. (3,0) Considere a seguinte relação de ordem parcial em $\mathbb{N} \setminus \{0\}$:

$$R = \{(m, n) \in (\mathbb{N} \setminus \{0\}) \times (\mathbb{N} \setminus \{0\}) : m \text{ divide } n\}.$$

Com respeito à relação R :

- (a) é uma ordem total?
- (b) o conjunto $\{2, 3\}$ tem mínimo?
- (c) o conjunto $\{2, 3\}$ tem ínfimo?
- (d) o conjunto $\{2, 3\}$ tem elemento minimal?

Justifique suas respostas e indique o mínimo, o ínfimo e todos os elementos minimais, quando existirem.

5. (a) (1,5) Prove que se S é um conjunto e para todo $x \in S$, x é transitivo, então $\bigcup S$ é transitivo.
(b) (1,5) $\mathbb{N}$ é um ordinal? Justifique sua resposta.