MAT 112 - VETORES E GEOMETRIA
1º SEMESTRE 2015

PROVA SUBSTITUTIVA - IME

1. (2,5) Seja $E = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ uma base ortonormal positiva e considere $F = (\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3)$, onde:

$$\vec{f}_1 = \vec{e}_2 + \vec{e}_3, \quad \vec{f}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3, \quad \vec{f}_3 = \lambda\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$$

   (a) Determine todos os vetores $\vec{u}$ de comprimento $\sqrt{24}$ ortogonais a $\vec{f}_1$ e $\vec{f}_2$.
   (b) Decida para quais valores de λ temos que F é uma base.
   (c) Determine as coordenadas de $\vec{v} = (1,1,1)_E$ na base F quando $\lambda = 1$.

2. (2,0) Determine uma equação vetorial de cada reta t que é ortogonal a π e contém um ponto de r que dista 4 de s, onde:

$$r : x + 1 = y - 3 = 3 - z, \quad s : X = (1,0,2) + \lambda(2,1,1) \quad \text{e} \quad \pi : 5x - 2y + z - 7 = 0.$$

3. (3,0) Considere

$$\pi_1 : \begin{cases} x = 4 + \lambda + \mu \\ y = 5 + \lambda - \mu \\ z = -2 + \lambda \end{cases} \quad \text{e} \quad \pi_2 : -y + z + 6 = 0 \quad \text{e} \quad r : X = (2,2,-4) + \lambda(0,1,1)$$

   (a) Determine uma equação vetorial da reta s que é a intersecção de π_1 e π_2.
   (b) Determine uma equação vetorial de cada reta t que é concorrente com r, dista $\frac{\sqrt{6}}{2}$ de π_1 e forma ângulo de $\frac{\pi}{3}$ com r.

4. (2,5) Decida se cada uma das seguintes afirmações é verdadeira ou falsa. Justifique sua resposta.
   (a) Se $||\vec{u}|| = ||\vec{v}||$, então $\vec{u} + \vec{v}$ e $\vec{u} - \vec{v}$ são ortogonais.
   (b) Se $\vec{u} + \vec{v}$ e $\vec{u} - \vec{v}$ são ortogonais, então $||\vec{u}|| = ||\vec{v}||$.
   (c) Se $\{\vec{u}, \vec{v}\}$ é l.d., então $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$ é l.d.
   (d) Se $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$ é l.d., então $\{\vec{u}, \vec{v}\}$ é l.d.