MAT 112 - VETORES E GEOMETRIA
1º SEMESTRE 2015

PROVA SUBSTITUTIVA - IF

1. (2,0) Seja $\{\vec{u}, \vec{v}\}$ um conjunto l.i. de vetores unitários. Decida se cada uma das seguintes afirmações é verdadeira ou falsa. Justifique sua resposta.
   (a) $\vec{u} \wedge \vec{v}$ é uma combinação linear de $\vec{u}$ e $\vec{v}$.
   (b) A área do paralelogramo determinado por $\vec{u}$ e $\vec{u} \wedge \vec{v}$ é $\sqrt{1 - (\vec{u} \cdot \vec{v})^2}$.

2. (2,5) Seja $E = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ uma base ortonormal positiva e considere $F = (\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3)$, onde:

$$\vec{f}_1 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3, \quad \vec{f}_2 = 3\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3, \quad \vec{f}_3 = \vec{e}_2 + \vec{e}_3$$

   e seja $O' = (3, 1, -2)$.
   (a) Prove que F é uma base.
   (b) Determine as coordenadas do vetor $\vec{u} = (-2, 1, 5)_E$ na base F.
   (c) Determine uma equação geral do plano $\pi : [2x - 2y - z + 3 = 0]_{(O,E)}$ no sistema de coordenadas (O', F).

3. (1,5) Considere as retas

$$r : x + 1 = -y = 2 - z \quad \text{e} \quad s : X = (1, 2, 3) + \lambda(2, 1, 1).$$

   Determine uma equação vetorial de cada plano π que contém r e forma ângulo de $\frac{\pi}{3}$ com s.

4. (2,5) Considere

$$\pi : x + z - 4 = 0 \quad r : X = (7, 7, 3) + \lambda(1, 0, 1) \quad \text{e} \quad s : X = (3, 1, -2) + \lambda(0, 1, -1).$$

   (a) Determine todos os pontos de s que pertencem a π.
   (b) Determine uma equação vetorial de cada reta t que é concorrente com r, dista $2\sqrt{2}$ de π e forma ângulo de $\frac{\pi}{4}$ com s.

5. (1,5) Considere uma rotação de ângulo θ do sistema de coordenadas (O, E) do plano para um novo sistema de coordenadas (O', F) de forma que a reta $r : -2x + y - 3 = 0$ fique paralela ao novo eixo das abscissas e esteja contida no terceiro e quarto quadrantes. Escreva as equações de mudanças de coordenadas e a equação da reta r no novo sistema de coordenadas.