

**MAT 112 - VETORES E GEOMETRIA**  
**1º SEMESTRE 2015**

**PROVA 2 - IME**

Nome: \_\_\_\_\_ Nº USP: \_\_\_\_\_

1. (2,5) Sejam  $\pi_1 : X = (1, 2, 0) + \lambda(0, 1, 1) + \mu(2, 1, 2)$  e  $\pi_2$  o plano que contém a origem e é perpendicular à reta  $r : x - 3 = \frac{y-1}{2} = \frac{z-7}{2}$ .
- (a) Estude a posição relativa de  $\pi_1$  e  $\pi_2$ .
  - (b) Calcule a distância entre  $\pi_1$  e  $\pi_2$ .
  - (c) Calcule o ângulo entre  $\pi_1$  e  $\pi_2$ .

2. (2,5) Considere

$$r : \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 2 + \lambda \\ z = 0 \end{cases} \quad \text{e} \quad \pi : 2x + y - 3z - 2 = 0.$$

Determine uma equação vetorial de cada reta  $s$  que é perpendicular a  $\pi$  e contém um ponto de  $r$  que dista  $\sqrt{14}$  de  $\pi$ .

3. (2,5) Considere as retas

$$r : \begin{cases} 2x - y - z - 2 = 0 \\ x + 2y - 3z + 4 = 0 \end{cases} \quad \text{e} \quad s : X = (7, 0, 1) + \lambda(1, 0, 1).$$

(a) Determine uma equação vetorial de  $r$ .

(b) Determine uma equação geral do plano  $\pi$  que contém  $s$  e tal que o ângulo  $\theta$  entre  $r$  e  $\pi$  é de  $\frac{5\pi}{6}$ .

4. (2,5) Considere uma rotação de ângulo  $\theta$  do sistema de coordenadas  $(O, E)$  para um novo sistema de coordenadas  $(O', F)$  de forma que a reta  $r : x - 3y + 4 = 0$  fique paralela ao novo eixo das abscissas e esteja contida no primeiro e segundo quadrantes. Escreva as equações de mudanças de coordenadas e a equação da reta  $r$  no novo sistema de coordenadas.