

**MAT 112 - VETORES E GEOMETRIA**  
**1º SEMESTRE 2015**

**PROVA 2 - IF**

Nome: \_\_\_\_\_ Nº USP: \_\_\_\_\_

1. (2,5) Sejam  $r : X = (3, 7, 2) + \lambda(1, 2, 1)$  e  $\pi$  o plano que contém a origem e é perpendicular à reta  $s : 2 - x = y - 1 = 3 - z$ .
- (a) Estude a posição relativa de  $r$  e  $\pi$ .
  - (b) Calcule a distância entre  $r$  e  $\pi$ .
  - (c) Calcule o ângulo entre  $r$  e  $\pi$ .

2. (2,5) Considere os planos

$$\pi_1 : x + y - z - 9 = 0 \quad \text{e} \quad \pi_2 : \begin{cases} x = -7 + \lambda + \mu \\ y = 2 + \lambda + 2\mu \\ z = \lambda + 2\mu \end{cases}$$

- (a) Determine uma equação vetorial da reta  $r$  que é a intersecção de  $\pi_1$  e  $\pi_2$ .
- (b) Determine uma equação vetorial de cada reta  $r$  que passa pelo ponto  $(3, 5, -1)$ , forma ângulo  $\theta$  com  $\pi_1$ , onde  $\cos(\theta) = \frac{\sqrt{7}}{3}$ , e é paralela a  $\pi_2$ .
- (c) Decida se cada uma das retas obtidas no item anterior estão contidas ou não em  $\pi_2$ .

3. (2,5) Considere

$$r : \begin{cases} x = 5 + \lambda \\ y = 2 + \lambda \\ z = 1 - \lambda \end{cases} \quad \text{e} \quad s : X = (3, 1, 7) + \lambda(1, 1, 1) \quad \text{e} \quad \pi : 3x - y + z - 3 = 0.$$

- (a) Determine uma equação vetorial de cada reta  $t$  que contém um ponto de  $r$  que dista  $\sqrt{44}$  de  $\pi$ , faz ângulo de  $\frac{\pi}{6}$  com  $r$  e é ortogonal a  $s$ .
- (b) Estude a posição relativa de  $r$  e  $t$  para cada  $t$  obtida.

4. (2,5) Considere a cônica  $4x^2 - 7y^2 - 24x - 14y + 1 = 0$ . Faça uma translação para eliminar os termos de grau 1 da equação e escreva a equação obtida na forma reduzida. Decida se a cônica é uma elipse, uma hipérbole ou uma parábola. Escreva as equações da mudança de variáveis.