MAT 1352 - CÁLC. PARA FUNÇÕES DE UMA VAR. II
2º SEMESTRE 2013

LISTA 5

1. Esboce o conjunto A e calcule sua área:
   (a) A é o conjunto dos pontos $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ tais que $x^2 - 1 \leq y \leq 0$;
   (b) A é o conjunto dos pontos $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ tais que $x \geq 0$ e $-x \leq y \leq x - x^2$;
   (c) $A = B \cap C \cap D$, onde

$$B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq x^2 - 4\}, \qquad C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \leq 12 - 3x^2\}$$

$$\text{e} \qquad D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \leq 3x^2 + 12x + 12\}.$$

2. Determine a área das regiões compreendidas entre as seguintes curvas:
   (a) $y = 2x - x^2$ e $y = -3$;
   (b) $y = x^4$ e $y = 8x$;
   (c) $y = x^3 - 2x + 1$, $y = -x + 1$, $x = -1$ e $x = 1$;
   (d) $y = x^2$, $x + y = 2$ e $y = 0$;
   (e) $y = 7 - 2x^2$ e $y = x^2 + 4$;
   (f) $x = 2y^2$, $x = 0$ e $y = 3$;
   (g) $x - y^{\frac{2}{3}} = 0$ e $x + y^4 = 2$;
   (h) $y = 2\text{sen}x$, $y = \text{sen}2x$, $x = 0$ e $x = \pi$;
   (i) $y = \text{sen}(\frac{\pi x}{2})$ e $y = x$;
   (j) $y = \sec^2 x$, $y = \text{tg}^2 x$, $x = -\frac{\pi}{4}$ e $x = \frac{\pi}{4}$.
3. Determine a área da região do 1º quadrante compreendida entre as curvas $y = x$, $y = \frac{x^2}{4}$ e $y = 1$.
4. Determine a área da região do 1º quadrante compreendida entre as curvas $y = x$, $y = \frac{1}{x^2}$, $x = 2$ e $y = 0$.
5. Determine a área da região compreendida entre as curvas $y = \ln x$, $y = \ln 2x$, $x = 1$ e $x = 5$.
6. Determine a área da região "triangular" do 1º quadrante limitada acima pela curva $y = e^{2x}$, abaixo pela curva $y = e^x$ e à direita pela curva $x = \ln 3$.
7. Determine o volume do sólido obtido pela rotação em torno do eixo $y = 0$ das regiões compreendidas entre as seguintes curvas:
   (a) $y = x^3$, $y = 0$ e $x = 2$;
   (b) $y = x - x^2$ e $y = 0$;
   (c) $y = \sec x$, $y = 0$, $x = -\frac{\pi}{4}$ e $x = \frac{\pi}{4}$;
   (d) $y = e^{x-1}$, $y = 0$, $x = 1$ e $x = 3$;
   (e) $y = \sec x$, $y = \text{tg}x$, $x = 0$ e $x = 1$;
   (f) $y = \sqrt{\cos x}$, $y = 1$, $x = -\frac{\pi}{2}$ e $x = \frac{\pi}{2}$.

8. Determine o volume do sólido obtido pela rotação em torno do eixo $y = 0$ das seguintes regiões:
   (a) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq xy \leq 2,\ x^2 + y^2 \leq 5 \text{ e } x > 0\}$;
   (b) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq \sqrt{x} \text{ e } (x-1)^2 + y^2 \leq 1\}$;
   (c) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 2 \text{ e } \mathrm{e}^{-x} \leq y \leq \mathrm{e}^x\}$;
   (d) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0,\ y \leq 1, \text{ e } \frac{1}{x} \leq y \leq \frac{4}{x^2}\}$.
9. Determine o volume do sólido obtido pela rotação em torno do eixo $x = 0$ da região compreendida entre as curvas $x = \mathrm{tg} y$, $x = 0$ e $y = 1$.
10. Determine o volume do sólido obtido pela rotação em torno do eixo $x = 0$ da região limitada pelo triângulo $(1, 0)$, $(2, 1)$ e $(1, 1)$.
11. Determine o volume do sólido obtido pela rotação em torno do eixo $x = 0$ da região do 1º quadrante limitada acima pela parábola $y = x^2$, abaixo pelo eixo $y = 0$ e à direita pela reta $x = 1$.
12. Determine o volume do sólido obtido pela rotação em torno do eixo $x = 0$ da região do 1º quadrante limitada à esquerda pelo círculo $x^2 + y^2 = 3$, à direita pela reta $x = \sqrt{3}$ e acima pela reta $y = \sqrt{3}$.
13. Determine o volume do sólido obtido pela rotação em torno da reta $x = -1$ da região do 1º quadrante limitada acima pela parábola $y = x^2$, abaixo pelo eixo $y = 0$ e à direita pela reta $x = 1$.
14. Determine o volume do sólido obtido pela rotação da região limitada por $y = \sqrt{x}$, $y = 2$ e $x = 0$ em torno:

    (a) da reta $y = 0$; (b) da reta $x = 0$; (c) da reta $y = 2$; (d) da reta $x = 4$.

15. Determine o volume do sólido obtido pela rotação da região limitada por $y = x^2$ e $y = 1$ em torno:

    (a) da reta $y = 1$; (b) da reta $y = 2$; (c) da reta $y = -1$.

16. Calcule o volume de um tetraedro com três faces mutuamente perpendiculares e três arestas mutuamente perpendiculares de comprimentos 3 cm, 4 cm e 5 cm.
17. Calcule o volume do sólido cuja base é a região triangular de vértices $(0, 0)$, $(3, 0)$ e $(0, 2)$ e as seções transversais perpendiculares ao eixo $x = 0$ são semicírculos.
18. Calcule o volume do sólido cuja base é a região elíptica $9x^2 + 4y^2 \leq 36$ e as seções transversais perpendiculares ao eixo $y = 0$ são triângulos isóceles retos com hipotenusa na base.
19. Calcule o volume de um tronco de cone circular reto de altura h, raio da base maior R e raio da base menor r.