MAT 331 - ELEMENTOS DE TEORIA DOS CONJUNTOS
2º SEMESTRE 2011
LICENCIATURA - IME

PROVA 2

Nome: ____ Nº USP: ____________

1. (1,5) Prove por indução que para todo $n \in \mathbb{N}$, $n \subseteq \mathbb{N}$.

2. (3,0) Considere a seguinte relação de ordem em $\mathbb{N} \setminus \{0\}$:

$$R = \{(m, n) \in (\mathbb{N} \setminus \{0\}) \times (\mathbb{N} \setminus \{0\}) : m \text{ divide } n\}.$$

Com respeito à ordem R:

(a) é uma ordem total?

(b) o conjunto $\{2, 3\}$ tem máximo?

(c) o conjunto $\{2, 3\}$ tem supremo?

(d) o conjunto $\{2, 3\}$ tem elemento maximal?

Justifique suas respostas e indique o máximo, o supremo e todos os elementos maximais, quando existirem.

3. (2,5) Sejam X_1, X_2, Y_1, Y_2 conjuntos tais que

$$|X_1| = |X_2|, \qquad |Y_1| = |Y_2|, \qquad X_1 \cap Y_1 = \emptyset, \qquad X_2 \cap Y_2 = \emptyset.$$

Prove que $X_1 \cup Y_1$ é equipotente a $X_2 \cup Y_2$.

4. (1,5) Supondo que a seguinte afirmação vale para $n = 2$, prove que vale para qualquer $n \geq 2$:

   Se $x_1, \ldots, x_n$ são conjuntos enumeráveis, então $x_1 \times \cdots \times x_n$ é enumerável.

5. (1,5) Prove que para qualquer conjunto finito X, $\wp(X)$ é finito.