MAT 331 - ELEMENTOS DE TEORIA DOS CONJUNTOS
2º SEMESTRE 2011
LICENCIATURA - IME

PROVA 1

Nome: ______________________________ Nº USP: ______________

1. (3,0) Prove que dados dois conjuntos a e b, existe um único conjunto c tal que

$$x \in c \text{ se, e somente se, } x \in a \text{ e } x \notin b \text{ ou } x \in b \text{ e } x \notin a.$$

Indique em cada passagem qual axioma foi usado.

2. (2,0) Decida se cada afirmação é verdadeira ou falsa e justifique sua resposta.

    (a) Para quaisquer conjuntos a, b, tem-se que $\{a, b\} \subseteq \wp(\{a, b\})$.

    (b) Para quaisquer conjuntos a, b, tem-se que $\{a, b\} \in \wp(\{a, b\})$.

3. (3,0) Considere as seguintes relações:

$$R = \{(x, y)|x, y \in \mathbb{R}, x^2 + y^2 = 4\}$$

e

$$S = \{(y, z)|y, z \in \mathbb{R}, z = \sqrt{y^2}\}$$

(a) Determine o domínio e a imagem de $S \circ R$.

(b) $S \circ R$ é uma função? Justifique sua resposta.

(c) S é uma função inversível? Justifique sua resposta.

4. (2,0) Dados dois conjuntos a e b, seja f uma função tal que $domf = a$ e $Imf = b$. Considere a relação definida por

$$R = \{(x, y)| \text{ existe } z \text{ tal que } (x, z) \in f \text{ e } (y, z) \in f\}.$$

Verifique se R é uma relação reflexiva, simétrica e transitiva em a.