

MAT 112 - VETORES E GEOMETRIA
1º SEMESTRE 2011
BACHARELADO - IF

PROVA 3

Nome: _____ Nº USP: _____

1. (1,5) Determine a distância entre as retas r e s , onde

$$r : X = (2, 1, 0) + \lambda(1, -1, 1) \quad \text{e} \quad s : x + y + z = 2x - y - 1 = 0.$$

2. (2,0) Ache uma equação vetorial da reta que passa pelo ponto $P = (\frac{1}{2}, \sqrt{7}, 3)$, é paralela ao plano $x - y + 2z + 1 = 0$ e forma um ângulo de $\frac{\pi}{6}$ com o plano $x + z - 2 = 0$.

3. (2,0) Sejam

$$r : X = (2, 0, 0) + \lambda(1, 1, 0) \quad \text{e} \quad \pi : X = (1, 0, 0) + \lambda(0, 1, -1) + \mu(1, -1, 0).$$

Ache equações vetoriais das retas que são perpendiculares a π e intersectam r num ponto Q tal que $d(Q, \pi) = \sqrt{3}$.

4. (2,0) Sejam $\Sigma_1 = (O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ e $\Sigma_2 = (O', \vec{f}_1, \vec{f}_2)$ sistemas de coordenadas de um plano, onde Σ_2 é obtido a partir de Σ_1 através de uma rotação de ângulo $\theta \in [0, \pi]$. Determine θ tal que as retas $r : [y+2x+3 = 0]_{\Sigma_1}$ e $s : [u + 3v - 1 = 0]_{\Sigma_2}$ são paralelas.

5. (2,0) Considere a cônica de equação $4x^2 + y^2 + 8x + 10y + 13 = 0$.

- (a) Ache as equações de mudança de coordenadas da translação necessária para eliminar os termos de grau 1 da equação acima.
- (b) Determine a equação da cônica no novo sistema de coordenadas e descreva o conjunto representado (indicando focos, vértices e assíntotas, quando houver).

6. (0,5) Associe corretamente as colunas abaixo:

- | | |
|---------------------------|-----------------|
| (a) $x^2 - y^2 = 1$ | (i) elipse |
| (b) $x^2 + y^2 = 0$ | (ii) hipérbole |
| (c) $x^2 + 2y^2 = 1$ | (iii) parábola |
| (d) $x^2 - y^2 = 0$ | (iv) duas retas |
| (e) $x^2 + 2xy + y^2 = 0$ | (v) um ponto |
| (f) $x^2 - y = 0$ | (vi) uma reta |