MAT 2352 - CÁLC. PARA FUNÇÕES DE VÁRIAS VAR. II
2º SEMESTRE 2010

LISTA 6

1. Calcule a área das superfícies abaixo:
   (a) S é a parte do cilindro $x^2 + z^2 = 1$ compreendida entre os planos $y = -1$ e $y = 3$.
   (b) S é a parte do plano $z = 2x + 3y$ que é interior ao cilindro $x^2 + y^2 = 16$.
   (c) S é a parte do cilindro $x^2 + z^2 = a^2$ que está no interior do cilindro $x^2 + y^2 = a^2$, $a > 0$.

   Resp: a)8π; b) $16\pi\sqrt{14}$; c) $8a^2$

2. Calcule as integrais de superfície:
   (a) $\iint_S x^2 dS$, onde S é a esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.
   (b) $\iint_S y dS$, onde S é a parte do plano $3x + 2y + z = 6$ que está contido no primeiro octante.
   (c) $\iint_S z(x^2 + y^2) dS$, onde S é o hemisfério $z \geq 0$ da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.

   Resp.: a) $4\pi/3$, b) $3\sqrt{14}$, c) 16π

3. Calcule $\iint_S \vec{F} \cdot \vec{n} dS$ nos seguintes casos:
   (a) $\vec{F}(x, y, z) = (x, xy, xz)$ e S é a parte do plano $3x + 2y + z = 6$ interior ao cilindro $x^2 + y^2 = 1$, orientada de modo que $\vec{n} \cdot \vec{k} > 0$.
   (b) $\vec{F}(x, y, z) = (x + y, -2y - 1, z)$ e S é retângulo de vértices $(1 , 0 , 1)$, $(1 , 0 , 0)$, $(0 , 1 , 0)$ e $(0 , 1 , 1)$, orientado de modo que $\vec{n} \cdot \vec{j} > 0$.
   (c) $\vec{F}(x, y, z) = (-y, x, 3z)$ e S é o hemisfério $z = \sqrt{16 - x^2 - y^2}$, orientada de maneira que a normal no ponto $(0 , 0 , 4)$ é $\vec{k}$.
   (d) $\vec{F}(x, y, z) = (y - x, z - y, y - x)$ e S é o cubo limitado pelos planos $x = \pm 1$, $y = \pm 1, z = \pm 1$ orientado com normal exterior.
   (e) $\vec{F}(x, y, z) = (x^2y, xy^2, 5 - 4xyz)$ e S a superfície $x^2 + y^2 + z^2 = 4, z \geq 0$, orientada com campo normal $\vec{n}$ tal que $\vec{n} \cdot \vec{k} > 0$.
   (f) $\vec{F}(x, y, z) = (x^2 + z^3, z^5, e^{x^2+y^2} + z^2)$ e S é a parte de $x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 1$ interior a $z^2 = x^2 + y^2$, com normal exterior.

   Resp.: a) $-3\pi/4$, b) -1 , c) 128π , d) -16 , e) 20π , f) $17\pi/6 + \pi e$.

4. Calcule $\iint_S (rot\vec{F}) \cdot \vec{n} dS$, onde $\vec{F}(x, y, z) = (xz, -y, x^2y)$ e S consiste das 3 faces, não do plano xy, do tetraedro formado pelos planos coordenados e pelo plano $3x + y + 3z = 0$, sendo $\vec{n}$ a normal exterior ao tetraedro.

   Resp.: 0