

MAT 2352 - CÁLC. PARA FUNÇÕES DE VÁRIAS VAR. II
2º SEMESTRE 2010

LISTA 3

1. Calcule as integrais:

- (a) $\iint_R x \, dx dy$, onde R é o disco de centro na origem e raio 5.
(b) $\iint_R xy \, dx dy$, onde R é a região do primeiro quadrante limitada pelas circunferências $x^2 + y^2 = 4$ e $x^2 + y^2 = 25$.
(c) $\iint_R \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \, dx dy$, onde R é a região interior à cardioide $r = 1 + \sin \theta$ e exterior à circunferência $r = 1$.
(d) $\iint_D (x^2 + y^2) \, dx dy$, onde D é a região limitada pelas espirais $r = \theta$ e $r = 2\theta$, com $0 \leq \theta \leq 2\pi$.
(e) $\iint_D (x - y)^2 \sin(x + y) \, dx dy$, sendo D o paralelogramo de vértices $(2\pi, \pi)$, $(\pi, 2\pi)$, $(\pi, 0)$ e $(0, \pi)$.

Resp. (a) zero, (b) $\frac{609}{8}$, (c) 2, (d) $24\pi^5$, (e) zero

2. Determine o volume da região dada, nos seguintes casos:

- (a) Dentro da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4a^2$ e fora do cilindro $x^2 + y^2 = 2ax$, com $a > 0$
(b) Abaixo do parabolóide $z = 18 - 2x^2 - 2y^2$ e acima do plano $z = 0$
(c) Acima do cone $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ e abaixo da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 1$
(d) Dentro do cilindro $x^2 + y^2 = 4$ e do elipsoide $4x^2 + 4y^2 + z^2 = 64$

3. Calcule a área das seguintes regiões:

- (a) um laço da rosácea $r = \cos 3\theta$
(b) a região contida pela lemniscata $r^2 = 4 \cos 2\theta$

Resp. (a) $\frac{\pi}{12}$, (b) 4.

4. Determine a massa e o centro de massa da lâmina que ocupa a região D e tem densidade ρ , nos seguintes casos:

- (a) $D = \{(x, y) : -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$ e $\rho(x, y) = x^2$.
(b) D é o triângulo de vértices $(0, 0)$, $(2, 1)$, $(0, 3)$ e $\rho(x, y) = x + y$.
(c) D é a região do primeiro quadrante limitada pela parábola $y = x^2$ e a reta $y = 1$ e $\rho(x, y) = xy$.
(d) D é a região limitada pela parábola $y^2 = x$ e a reta $y = x - 2$ e $\rho(x, y) = 3$.
(e) $D = \{(x, y) : 0 \leq y \leq \sin x, 0 \leq x \leq \pi\}$ e $\rho(x, y) = y$.

Resp. (a) $\frac{2}{3}$, $(0, \frac{1}{2})$, (b) 6, $(\frac{3}{4}, \frac{3}{2})$, (c) $\frac{1}{6}$, $(\frac{4}{7}, \frac{3}{4})$, (d) $\frac{27}{2}$, $(\frac{8}{5}, \frac{1}{2})$ (e) $\frac{\pi}{4}$, $(\frac{\pi}{2}, \frac{16}{9\pi})$.