Nome: ______________________________

Nº USP: ______________________________

Esta prova contém quatro questões, que devem ser respondidas no espaço reservado para cada uma delas.

Esta prova é **SEM CONSULTA**. Somente as informações contidas nas questões podem ser usadas.

Questão 1 (3,0 pontos): O silogismo denominado de Darii tem a seguinte forma:

- *Premissa Maior:* Todo B é C.
- *Premissa Menor:* Algum A é B.
- *Conclusão:* Algum A é C.

Mostre que este silogismo pode ser deduzido, no sistema de Aristóteles, a partir dos silogismos Barbara [1] e Celarent [2], usando as regras de conversão [3] e a regra de redução ao absurdo [4]. Como sugestão, primeiro deduza uma forma conveniente do silogismo Camestres [5] a partir de Barbara e Celarent e, a seguir, deduza Darii, por redução ao absurdo, de Camestres.

[1] Premissa Maior: todo Y é Z. Premissa Menor: todo X é Y. Conclusão: todo X é Z.

[2] Premissa Maior: nenhum Y é Z. Premissa Menor: todo X é Y. Conclusão: nenhum X é Z.

[3] Regra E: *Nenhum X é Y* converte-se em *Nenhum Y é X*. Regra I: *Algum X é Y* converte-se em *Algum Y é X*.

[4] Para deduzir um silogismo com as três frases A, B (premissas) e C (conclusão), assuma A, B e a negação de C e conclua uma contradição, o que permite concluir que a frase C é que deve ser verdadeira.

[5] Premissa Maior: todo Y é Z. Premissa Menor: nenhum X é Z. Conclusão: nenhum X é Y.

Questão 2 (3,0 pontos): Considere as tabelas-verdade da tabela 1. Com essa informação, qual (ou quais) das seguintes afirmações é (ou são) verdadeira(s) e qual (quais) é (são) falsa(s), **justificando** [6] sua resposta em cada caso.

1. $A, B \vdash C$
2. $A, C \vdash B$
3. $B, C \vdash A$

Linha	P_0	P_1	A	B	C
0	0	0	0	1	1
1	0	1	1	1	0
2	1	0	1	1	0
3	1	1	0	0	1

Tabela 1: Tabelas-verdade das fórmulas proposicionais A, B e C.

[6] Uma resposta sem justificação será considerada errada, mesmo que acertar se é verdadeira ou falsa!

Questão 3 (2,0 pontos): Mostre que, usando as funções de veracidade $f_0(X) = 1$, $f_1(X) = 0$ (constantes), $f_2(X,Y,Z) = \alpha_3''$ e $f_3(X,Y,Z) = \alpha_3'''(X,Y,Z)$, dadas pela tabela 2, é possível obter todas as funções de veracidade (basta mostrar que $N(X) = -X$ e $E(X,Y) = X \cap Y$ podem ser geradas por elas).

XYZ	α_3''	α_3'''
000	0	0
001	0	1
010	0	1
011	1	0
100	0	1
101	1	0
110	1	0
111	1	1

Tabela 2: Tabelas-verdade das funções de veracidade α_3'' e α_3'''.

Questão 4 (2,0 pontos): Diremos que uma *dedução formal resumida* é uma sequência de fórmulas proposicionais $A_1, \ldots, A_n$, tal que cada A_i ou é um axioma [7], ou é uma das tautologias listadas a seguir, ou foi obtida por MP. O conjunto de tautologias disponíveis é $\mathfrak{T} = \{((\neg\neg A) \to A); (A \to (\neg\neg A)); (A \to B) \to ((B \to C) \to (A \to C)); (A \to B) \to ((A \to (\neg B)) \to (\neg A)); (A \to B) \to ((A \wedge C) \to (B \wedge C)); (A \to B) \to ((A \vee C) \to (B \vee C))\}$. Com isto, dê deduções resumidas (neste sentido) para as seguintes fórmulas:

1. $\neg(A \wedge (\neg A))$
2. $A \vee (\neg A)$

[7] **(A1)** $A \to (B \to A)$; **(A2)** $(A \to (B \to C)) \to ((A \to B) \to (A \to C))$; **(A3)** $((\neg A) \to B) \to (((\neg A) \to (\neg B)) \to A)$; **(A4)** $(A \wedge B) \to A$; **(A5)** $(A \wedge B) \to B$; **(A6)** $(A \to B) \to ((A \to C) \to (A \to (B \wedge C)))$; **(A7)** $A \to (A \vee B)$; **(A8)** $B \to (A \vee B)$; **(A9)** $(A \to C) \to ((B \to C) \to ((A \vee B) \to c))$; **(A10)** $(\neg(A \wedge B)) \to ((\neg A) \vee (\neg B))$. Lembre-se que você tem disponível o Teorema da Dedução, se achar conveniente usá-lo.