MAT 2456 - Cálculo Diferencial e Integral IV para Engenharia

2^o semestre de 2007

Lista de Exercícios 3

Equações Diferenciais de 1ª Ordem

1) a) Os gráficos de duas soluções de $y' = x + y^2$ podem se cruzar num ponto (x_0, y_0)?

b) Os gráficos de duas soluções de $y' = x + y^2$ podem ser tangentes num ponto (x_0, y_0)?

2) Dê as soluções das equações diferenciais de 1ª ordem abaixo, com seus domínios (máximos):

a) $y' = y^2$ b) $xy' = y$

c) $yy' = x$ d) $y' = (1-y)(2-y)$

e) $(x+3y) - x\frac{dy}{dx} = 0$ f) $y' = 2y + e^x$

3) Dê as soluções das equações com condições iniciais dadas:

a) $y' = x + y,\ y(0) = 1$ b) $(cos\ t)x' - (sen\ t)x = 1,\ x(2\pi) = \pi$

c) $y' = x(1+y),\ y(0) = -1$

4) Dê duas soluções para cada uma das equações com a condição inicial dada:

a) $y' = 5y^{4/5},\ y(0) = 0$ b) $y' = 3\sqrt[3]{y^2}(3x^2+1),\ y(0) = 0$

5) Resolva as equações:

a) $y' = e^{x-2y}$ b) $x^2y^2\frac{dy}{dx} = 1 + x^2$

c) $y' sen\ x + y\ cos\ x = 1$ d) $y' = x^3 - 2xy$

e) $\left(3x^2 tg\ y - \frac{2y^3}{x^3}\right) + \left(x^3 sec^2 y + 4y^3 + \frac{3y^2}{x^2}\right)\frac{dy}{dx} = 0$

f) $(1-xy) + (xy - x^2)\frac{dy}{dx} = 0$ g) $xy' = y + \sqrt{x^2+y^2}$

h) $(1+t^2)y' + ty + (1+t^2)^{5/2} = 0$ i) $\frac{dr}{d\theta} = sec^2\theta\ sec^3 r$

j) $3t^2x' = 2x(x-3)$ k) $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + cos^2\left(\frac{y}{x}\right)$

l) $(1-xy)y' = y^2$ m) $xy' = \sqrt{x^2+y^2},\ x > 0$

6) Resolva as equações:

a) $(x+y)dx + x\ dy = 0$ b) $(xe^y + y - x^2)dy = (2xy - e^y - x)dx$

c) $cos\ x\ dy = (1 - y - sen\ x)dx$ d) $y(x^2+y^2)dx + x(3x^2 - 5y^2)dy = 0$

e) $e^x sen\ y dx + e^x cos\ y\ dy = y\ sen(xy)dx + x\ sen(xy)dy$

f) ache as soluções dos exercícios a) b) d) que passam pelo ponto (1,1)

7) Mostre que a substituição $z = ax + by + c$ transforma a equação $y' = f(ax+by+c)$ numa equação de variáveis separáveis e resolva as equações abaixo.

a) $y' = (x+y)^2$ b) $y' = sen^2(x - y + 1)$

c) $(x + 2y - 1)dx + 3(x+2y)dy = 0$

8) Uma Equação de Bernoulli é uma equação da forma

$$\text{(B)}\quad y' + p(x)y = q(x)y^n.$$

sendo $n \in \mathbb{R}$. Se $n = 1$, essa equação é linear. Se $n \neq 1$, pode-se reescrever (B) como

$$\text{(B}_1\text{)}\quad y^{-n}y' + p(x)y^{-n+1} = q(x).$$

Fazendo $z = y^{-n+1}$, (B_1) se transforma na equação linear

$$\text{(B}_2\text{)}\quad z' + (1-n)p(x)z = (1-n)q(x).$$

Use esse método para resolver:

a) $y(6x^2y^2 - x + 1) + 2xy' = 0$ b) $y' = y + e^{-3x}y^4$

c) $2x^3y' = y(y^2 + 3x^2)$ (que também é homogênea!)

d) $x^3y' = 2y(\sqrt[3]{y} + 3x^2)$

9) a) Determine todas as funções f que tornam exata a equação diferencial $(y^2 sen\ x)dx + yf(x)dy = 0$.

b) A equação $g(x)dy + (y + x)dx = 0$ tem $h(x) = x$ como fator integrante. Determine todas as possíveis funções g.

c) A equação $e^x sec\ y - tg\ y + y' = 0$ tem um fator integrante da forma $f(x, y) = e^{ax} cos\ y$. Determine a̲ e resolva a equação.

d) Ache um fator integrante da forma $h(x, y) = x^n y^m$ para a equação $y(y^2 + 1)dx + x(y^2 - 1)\ln xdy = 0$ e resolva-a.

e) Achar um fator integrante da forma $\mu = \mu(x + y^2)$ para a EDO $(3x + 2y + y^2)dx + (x + 4xy + 5y^2)dy = 0$.

f) Ache um fator integrante da forma $\mu = \mu(x^2 + y^2)$ para a EDO $xdx + ydy + x(xdy - ydx) = 0$

10) Determine uma função $y = f(x)$ definida em um intervalo I, cujo gráfico passe pelo ponto $(0, 5/4)$ e tal que para todo $t > 0$, $t \in I$, o comprimento do gráfico de $y = f(x),\ 0 \le x \le t$, seja igual à área do conjunto $0 \le y \le f(x),\ 0 \le x \le t$.

11) Determine uma função $y = f(x)$ cujo gráfico passe pelo ponto (1,1) e tal que para todo p em seu domínio, a área do triângulo com vértices $(p, 0), (p, f(p))$ e M seja 1, onde M é a intersecção da reta tangente ao gráfico em $(p, f(p))$ com o eixo x.

12) Um partcula Q com certa massa é arrastada ao longo de um plano áspero por meio de uma corta $\overline{QP}$ mantida tensa, e com a extremidade P no eixo $\overrightarrow{Ox}$, deslocando-se a partir da origem no sentido positivo.

a) Determine a equação diferencial satisfeita pelos pontos da curva.

b) Determine a soução geral e a solução particular tal que $y(0) = a$. Essa curva é denominada tractriz.

13) Ache as trajetórias ortogonais às famílias de curvas:

a) $x^2 + y^2 = c$ b) $2x^2 + 3y^2 = c$
c) $y = cx^2$ d) $y = ce^x$

Equações Diferenciais de 2ª Ordem

1) Use o método de redução de ordem na resolução dos problemas abaixo:

CASO 1: Variável Dependente Ausente:

(1) $xy'' - y' = 3x^2$ (2) $xy'' = y' + (y')^3$
(3) $x^2y'' = 2xy' + (y')^2$ (4) $x^2y'' + xy' = 1$

CASO 2: Variável Independente Ausente:

a) (1) $y'' + 4y = 0$ (2) $y'' - 9y = 0$
(3) $yy'' + (y')^2 = 0$ (4) $yy'' = y^2y' + (y')^2$

b) (1) $(x^2 + 2y')y'' + 2xy' = 0;\quad y'(1) = 0;\quad y(1) = 1.$
O que acontece com as condições iniciais $y'(0) = 0, y(0) = 1$?
(2) $yy'' = y^2y' + (y')^2;\quad y(0) = -\dfrac{1}{2};\quad y'(0) = 1.$

2) Um cabo flexível e inextensível, suspenso entre dois pontos A e B e sujeito a seu próprio peso assume a forma de uma curva denomidade catenária.

Em um plano cartesiano com origem no ponto mais baixo da curva e eixo x coincidindo com a horizontal a equação diferencial de curva é dada por $y'' = c\sqrt{1 + (y')^2}$.

a) Deduza a equação lembrando que flexível significa que a tenso no cabo é sempre no sentido da tangente.
Sug.: As forças de tensão nos pontos O e P devem equilibrar a fora peso no trecho $\overline{OP}$.

b) Resolva a equação com condição inicial $y(0) = 0$

3) Determine outra solução y_2 das equações abaixo, a partir de y_1 dada, de forma que o conjunto $\{y_1(x), y_2(x)\}$ seja linearmente independente. Mostre que esse conjunto é linearmente independente:

1) $x^2y'' + xy' - 4y = 0, \quad y_1 = x^2$

2) $(1 - x^2)y'' + 2xy' - 2y = 0, \quad y_1 = x$

3) $y'' - \dfrac{x}{x-1}y' + \dfrac{1}{x-1}y = 0, \quad y_1 = x$

4) $x^2y'' + 2xy' - 2y = 0,\ y_1 = x$

5) $xy'' + 3y' = 0,\ y_1 = 1$

6) $x^2y'' + xy' + \left(x^2 - \dfrac{1}{4}\right)y = 0,\ y_1 = x^{\frac{-1}{2}}$

7) $xy'' - (2x + 1)y' + (x + 1)y = 0,\ y_1 = e^x$

4) Determine a solução geral das equações:

1) $y'' - xf(x)y' + f(x)y = 0$

2) $y'' - f(x)y' + (f(x) - 1)y = 0$

5) Determine todas as soluções das equações:

1) $y'' + 2y' + y = 0$ 2) $y'' - 4y' + 4y = 0$
3) $y''' - y'' + y' - y = 0$ 4) $2y'' - 4y' + 8y = 0$
5) $y'' - 9y' + 20y = 0$ 6) $2y'' + 2y' + 3y = 0$
7) $y''' - 3y'' + 3y' - y = 0$ 8) $\dfrac{d^4y}{dx^4} + y = 0$
9) $\dfrac{d^5y}{dx^5} + 2\dfrac{d^3y}{dx^5} + \dfrac{dy}{dx} = 0$

6) Uma equação linear da forma $x^2y'' + \alpha xy' + \beta y = 0$, onde $\alpha, \beta \in I\!R$ são constantes, é chamada EQUAÇÃO DE EULER de segunda ordem. A mudança de variável $x = e^z$ se $x > 0$ (e $x = e^{-x}$ se $x < 0$) transforma a equação de Euler em uma equação linear de coeficientes constantes.

Aplique esta técnica para determinar a solução das equações:

1) $x^2y'' + xy' + y = 0$

2) $x^2y'' - 3xy' + 4y = 0$

3) $x^2y'' + 3xy' + 10y = 0$

4) $2x^2y'' + 10xy' + 3y = 0$

5) $x^2y'' + 2xy' - 12y = 0$

7) Se $y_1(x)$ e $y_2(x)$ são soluções de $y'' + P(x)y' + Q(x)y = R_1(x)$ e $y'' + P(x)y' + Q(x)y = R_2(x)$ respectivamente, mostre que $y(x) = y_1(x) + y_2(x)$ é solução de $y'' + P(x)y' + Q(x)y = R_1(x) + R_2(x)$. (Princípio de Superposição) Use isto para resolver:

1) $y'' + 3y' + 2y = e^x + e^{2x}$ (2) $y'' + y' - 6y = sen\ x + xe^{2x}$
3) $y'' + 2y' = 1 + x^2 + e^{-2x}$ (4) $y'' + y' - 2y = 6e^{-x} + 4$
5) $y'' + y = \cos x + 8x^2$

8) Resolva.

a) $xy'' - y' = 3x^2$

b) $x^2y'' + xy' - y = x^2$

c) $y''' + y' = sec\ x$

9) Determine a solução geral das seguintes equações:

1) $y'' + 2y' + y = e^{-x} \ln x$
2) $y'' - 2y' - 3y = 64xe^{-x}$
3) $y'' + 2y' + 5y = e^{-x} \sec 2x$
4) $y'' - 2y' = 12x - 10$
5) $y'' + y = 2\cos x$
6) $(x^2-1)y'' - 2xy' + 2y = (x^2-1)^2$
7) $(x^2+x)y'' + (2-x^2)y - (2+x)y = x(x+1)^2$
8) $y'' + 4y = 3\ sen\ x$
9) $y'' + 10y' + 25y = 14e^{-5x}$
10) $y'' - 4y = x^2 e^{2x}$
11) $y'' + y' - 2y = 8\ sen\ x$
12) $y'' - 3y' = x + \cos x$
13) $\dfrac{d^4y}{dx^4} - 2\dfrac{d^3y}{dx^3} + \dfrac{d^2y}{dx^2} = x^3$
14) $y''' - y = x^3 - 1$
15) $y'' - 2y = 2e^x(\cos x - sen\ x)$

10) Ache a solução geral da equação diferencial dada, em série de potências centradas em 0.

1) $y'' - xy' - y = 0$
(2) $y'' - x^2 y = 0$
3) $y'' + 2xy' + 4y = 0$

11) (i) Uma equação diferencial da forma $x^2y'' + xy' + (x^2 - p^2)y = 0,\ p \in I\!R$, é chamada EQUAÇÃO DE BESSEL de ordem p.

a) Se $p = 0$, mostre que $y_1 = \sum_{n=0}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{2^{2n}(n!)^2} x^{2n}$ e

$y_2 = y_1 \ln x + \sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1}}{2^{2n}(n!)^2}\left(1 + \dfrac{1}{2} + ... + \dfrac{1}{n}\right)x^{2n}$ são soluções LI da equação de Bessel.

b) Se $p = 1$ mostre que $y = x\left(1 - \dfrac{x^2}{2^2 2!} + \dfrac{x^4}{2^4 2!3!} - \dfrac{x^6}{2^6 2!3!4!} + ...\right)$ é solução.

(ii) A equação diferencial $(1-x^2)y'' - 2xy' + \alpha(\alpha+1)y = 0,\ \alpha \in I\!R$ é chamada EQUAÇÃO DE LEGENDRE. Mostre que

$$y_1 = 1 + \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\alpha(\alpha-2)(\alpha-4)...(\alpha-2m+2)(\alpha+1)(\alpha+3)...(\alpha+2m-1)}{(2m)!}\ x^{2m}$$

e

$$y_2 = x + \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m \frac{(\alpha-1)(\alpha-3)...(\alpha-2m+1)(\alpha+2)(\alpha+4)...(\alpha+2m)}{(2m+1)!} x^{2m+1}$$

são soluções independentes da equação de Legendre, no intervalo $|x| < 1$.

12) Discutir o comportamento das soluções das equações seguintes, e sua interpretação física:

a) Equação homogênea de mola: $x'' + 2\mu x' + \alpha^2 x = 0, \quad (\mu \geq 0)$.

b) Equação da mola com segundo membro periódico, sem atrito: $x'' + \alpha^2 x = \beta \mathrm{sen} wt$.

c) Equação da mola com segundo membro periódico, com atrito:
$x'' + 2\mu x' + \alpha^2 x = \beta \mathrm{sen} wt \quad (\mu \geq 0)$.

LISTA 3 - RESPOSTAS

Equações Diferenciais de 1ª Ordem

Em qualquer exercício$a \in \mathbb{R}$.

2) a) $y \equiv 0,\ x \in \mathbb{R};\ y = \frac{1}{a-x},\ x < a\ \text{ e }\ x > a$

b) $y = ax,\ x \in \mathbb{R}$

c) $y = \sqrt{x^2+k}$ e $y = -\sqrt{x^2+k},\ x^2 > -k$ se $k < 0,\ x \in \mathbb{R}$ se $k > 0$ e $x < 0$ ou $x > 0$ se $k = 0$.

d) $y \equiv 1,\ x \in \mathbb{R},\ y \equiv 2,\ x \in \mathbb{R};\ y = \frac{ke^x-2}{ke^x-1},\ x \in \mathbb{R}$ se $k \leq 0$ e $x < -ln\ k$ ou $x > -ln\ k$ se $k > 0$.

e) $y = ax^3 - \frac{x}{2},\ x \in \mathbb{R}$.

f) $y = ae^{2x} - e^x,\ x \in \mathbb{R}$

3) a) $y = 2e^x - x - 1$ b) $x = \frac{t-\pi}{cos\ t}$ c) $y \equiv -1$

4) a) $y \equiv 0$ e $y = x^5$ b) $y \equiv 0$ e $y = (x^3+x)^3$

5) a) $y = \frac{1}{2}ln(2e^x + C),\ C \in \mathbb{R}$ b) $y = \sqrt[3]{\frac{3x^2-3-Cx}{x}},\ C \in \mathbb{R}$

c) $y = \frac{x+C}{sen\ x},\ C \in \mathbb{R}$ d) $y = \frac{1}{2}(x^2-1) + Ce^{-x^2},\ C \in \mathbb{R}$

e) $x^3tg\ y + y^4 + \frac{y^3}{x^2} = C,\ C \in \mathbb{R}$ f) $y^2 - 2xy + ln\ x^2 = C,\ C \in \mathbb{R}$

g) $y + \sqrt{x^2+y^2} = Cx^2$ para $x > 0$ e $y - \sqrt{x^2+y^2} = -C$ para $x < 0,\ C > 0 \in \mathbb{R}$

h) $y = \frac{C-15t-10t^3-3t^5}{15\sqrt{1+t^2}},\ C \in \mathbb{R}$ i) $3sen\ r - sen^3 r = 3tg\theta + C,\ C \in \mathbb{R}$

j) $x \equiv 0,\ x \equiv 3$ e $x = \frac{3}{1-Ce^{-2/t}},\ C \in \mathbb{R}$

k) $tg\left(\frac{y}{x}\right) = ln|x| + C,\ C \in \mathbb{R}$

l) $xy - ln|y| = C,\ C \in \mathbb{R}$

m) $\frac{y^2+y\sqrt{x^2+y^2}}{x^2} + ln\left|\frac{y+\sqrt{x^2+y^2}}{x^3}\right| = C,\ C \in \mathbb{R}$

6) a) $x^2 + 2xy = C,\ C \in \mathbb{R}$ b) $x^2 + y^2 + 2xe^y - 2x^2y = C,\ C \in \mathbb{R}$

c) $y = \frac{x+C}{sec\ x + tg\ x},\ C \in \mathbb{R}$ d) $y^3(x^2-y^2) = Cx,\ C \in \mathbb{R}$

e) $e^x sen\ y + cos(xy) = C,\ C \in \mathbb{R}$

7) a) $y = tg(x+C) - x,\ C \in \mathbb{R}$ b) $tg(x-y+1) = x + C,\ C \in \mathbb{R}$ c) $y - ln|x+2y+2| + \frac{x}{3} = C,\ C \in \mathbb{R}$

8) a) $y \equiv 0$ e $y^2 = \frac{1}{6x+Cxe^{-x}},\ C \in \mathbb{R}$ b) $y \equiv 0$ e $y = \frac{e^x}{\sqrt[3]{C-3x}},\ C \in \mathbb{R}$

c) $y \equiv 0$ e $y^2 = \frac{x^3}{C-x},\ C \in \mathbb{R}$ d) $y \equiv 0$ e $y = \frac{27x^6}{(C-ln\ x^2)^3},\ C \in \mathbb{R}$

9) a) $f(x) = C - 2cos\ x,\ C \in \mathbb{R}$ b) $g(x) = \frac{x}{2} + \frac{C}{x},\ C \in \mathbb{R}$

c) $a = -1;\ x + e^{-x}sen\ y = C,\ C \in \mathbb{R}$

d) $n = -1;\ m = -2;\ (y^2+1)ln\ x = Cy,\ C \in \mathbb{R}$ e $y \equiv 0$

e) $\mu(x+y^2) = x + y^2$

f) $\mu = (x^2+y^2)^{-3/2}$

10) $y = \dfrac{e^{-x} + 4e^x}{4}$

11) $y = \dfrac{2}{x+1}$ ou $y = \dfrac{2}{3-x}$

12) Solução geral $a - \ln \dfrac{a - \sqrt{a^2 - y^2}}{y} + \sqrt{a^2 - y^2} = -x + c.$

Solução particular $x = x(y) = -\sqrt{a^2 - y^2} + -a \ln \dfrac{a - \sqrt{a^2 - y^2}}{y}$

Equações Diferenciais de $2^{\underline{a}}$ Ordem

Em qualquer exercício $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 \in \mathbb{R}$

1) a) 1) $y(x) = x^3 + \frac{1}{2}C_1x^2 + C_2$

2) $y(x) = -\dfrac{1}{C_1}\sqrt{1 - C_1^2x^2} + C_2$

3) $y(x) = -\dfrac{x^2}{2} - C_1x - C_1^2 \ln|x - C_1| + C_2$

4) $y(x) = \dfrac{\ln^2|x|}{2} + C_1 \ln\ |x| + C_2$

b) 1) $y(x) = C_1\ sen\ 2x + C_2 \cos 2x$

2) $y(x) = C_1e^{3x} + C_2e^{-3x}$

3) $y^2 = C_1x + C_2$

4) $y = C_2(C_1 + y)e^x$

2) $y(x) = \dfrac{1}{k}(cosh(kx) - 1)$

3) 1) $y_2 = C_1x^2 + C_2x^{-2}$ 3) $y_2 = C_1x + C_2e^x$

5) $y_2 = C_1 + C_2x^{-2}$ 7) $y^2 = C_1e^x + C_2e^xx^2$

4) 1) $y(x) = C_1x + C_2x - \int x^{-2}e^{\int x\ f(x)dx}dx$

2) $y(x) = C_1e^x + C_2e^x \int e^{-2x + \int f(x)dx}dx$

5) 1) $y(x) = C_1e^{-x} + C_2xe^{-x}$ (2) $y(x) = C_2e^{2x} + C_2xe^{2x}$

3) $y(x) = C_1e^x + C_2\ sen\ x + C_3 \cos x$ 4) $y(x) = C_1e^x \operatorname{sen}\sqrt{3x} + C_2e^x \cos\sqrt{3x}$

5) $y(x) = C_1e^{5x} + C_2e^{4x}$ 6) $y(x) = C_1e^{\frac{-1}{2}x} \operatorname{sen} \dfrac{\sqrt{5}}{2}x + C_2e^{\frac{-1}{2}x} \cos \dfrac{\sqrt{5}}{2}x$

7) $y(x) = C_1e^x + C_2xe^x + C_3x^2e^x$

8) $y(x) = e^{\frac{\sqrt{2}}{2}}(C_1 \cos \dfrac{\sqrt{2}}{2}x + C_2 \operatorname{sen} \dfrac{\sqrt{2}}{2}x) + e^{\frac{-\sqrt{2}}{2}}(C_3 \cos \dfrac{\sqrt{2}}{2}x + C_4 \operatorname{sen} \dfrac{\sqrt{2}}{2}x)$

9) $y(x) = C_1 + C_2 \cos x + C_3 \operatorname{sen}\ x + C_4x \cos\ x + C_5x \operatorname{sen}\ x$

6) 1) $y(x) = C_1 \cos(\ln x) + C_2 \operatorname{sen}(\ln x)$

2) $y(x) = C_1x^2 + C_2x^2 \ln x$

3) $y(x) = x^{-1}[C_1 \cos(\ln x^3) + C_2 \operatorname{sen}(\ln x^3)]$

4) $y(x) = C_1x^{-2+\sqrt{\frac{10}{2}}} + C_2x^{-2-\sqrt{\frac{10}{2}}}$

5) $y(x) = C_1x^3 + C_2x^{-4}$

7) 1) $y(x) = \frac{e^x}{6} + \frac{e^{2x}}{12} + C_1e^{-x} + C_2e^{-2x}$

2) $y(x) = -\dfrac{1}{50}\cos x - \dfrac{7}{50}\ sen\ x + e^{2x}\left(\dfrac{1}{10}x^2 - \dfrac{1}{10}x^2 - \dfrac{1}{25}x + \dfrac{1}{125} + C_1\right) + C_2e^{-3x}$

3) $y(x) = -\dfrac{3}{4}x + \dfrac{x^3}{6} + e^{-2x}\left(C_2 - \dfrac{1}{2}x\right) - \dfrac{1}{4}x^2 - \dfrac{3}{8} + C_1$

4) $y(x) = -3e^{-x} - 2 + C_1e^{x} + C_2e^{-2x}$

5) $y(x) = sen\ x\left(\frac{1}{2}x + C_1\right) + C_2 \cos x + 8x^2 - 16$

8) a) $A + Bx^2 + x$

b) $y = \frac{x^2}{3} + Ax + \frac{B}{x}$

c) $y = A + B\text{sen}x + C\cos x + \ln|\sec x + tg\ x| + \text{sen}x \ln|\cos x| - x\cos x$

9) 1) $y(x) = \frac{1}{2}x^2e^{-x}\ln x - \frac{3}{4}x^2e^{-x} + C_1e^{-x} + C_2xe^{-x}$

2) $y(x) = -e^{-x}(8x^2 + 4x + 1) + C_1e^{-x} + C_2e^{3x}$

3) $y(x) = \frac{1}{2}xe^{-x}\,\text{sen}\,2x + \frac{1}{4}e^{-x}\cos 2x + C_1e^{x}\cos 2x + C_2e^{x}\,\text{sen}\ \ 2x$

4) $y(x) = -3x^2 + 2x + 1 + C_1 + C_2e^{2x}$

5) $y(x) = x\,\text{sen}\,x + C_1\,\text{sen}\ \ x + C_2\cos x$

6) $y(x) = C_1x + C_2(x^2+1) + \frac{x^4}{6} - \frac{x^2}{2}$

7) $y(x) = C_1e^{x} + C_2x^{-1} - x - 1\frac{x^2}{3}$

8) $y(x) = C_1\cos 2x + C_2\,\text{sen}\,2x + \text{sen}\,x$

9) $y(x) = e^{-5x}(7x^2 + C_1x + C_2)$

10) $y(x) = e^{2x}\left(\frac{1}{12}x^3 - \frac{1}{16}x^2 + \frac{1}{32}x - \frac{1}{128} + C_1\right) + C_2e^{-2x}$

11) $y(x) = C_1e^{x} + C_2e^{-2x} - \frac{4}{5}\cos x - \frac{12}{5}\,\text{sen}\,x$

12) $y(x) = C_1 + C_2e^{3x} - \frac{1}{10}(\cos x - 3\,\text{sen}\,x) - \frac{x^2}{6} - \frac{x}{9}$

13) $y(x) = C_1 + C_2x + 12x^2 + 3x^3 + \frac{1}{2}x^4 + \frac{1}{20}x^5 + (C_3 + C_4x)e^{x}$

14) $y(x) = C_1e^{x} + e^{\frac{-1}{2}x}\left(C_2\cos\frac{\sqrt{3}}{2}x + C_3\,\text{sen}\,\frac{\sqrt{3}}{2}x\right) - x^3 - 5$

15) $y(x) = C_1e^{x\sqrt{2}} + C_2e^{-x\sqrt{2}} + e^{x}\,\text{sen}\,x$

10) 1) $y = C_0\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{2x}}{2^n n!} + C_1\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n.n!}{(2n+1)!}x^{2n+1}$

2) $y = C_0\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{4n}}{4n(n-1)(4n-4)(4n-5)...4.3} + C_1\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{4n+1}}{(4n+1)(4n)...5.4}$

3) $y = C_0\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-2)^n x^{2n}}{(2n-1)(2n-3)...5.3} + C_1\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n x^{2n+1}}{n1}$