$2^{\underline{a}}$ Prova de MAT 2456 - Cálculo IV
Escola Politécnica - 22.10.2007

Turma A

Nome : ______________________________
Nº USP : ______________________________
Professor(a) : ______________________________
Turma : ______________________________

Q	N
1	
2	
3	
Total	

Justifique todas as suas respostas

1ª Questão:

a) (1.5 ponto) Encontre a série de Taylor para $f(x) = \ln(1 + x^3)$, em $x_0 = 0$, e determine todos os valores de x para os quais a série é convergente.

b) (1.5 ponto) Calcule $\displaystyle\int_0^1 \ln(1 + x^3)dx$ com erro $< \dfrac{1}{60}$.

$2^{\underline{a}}$ Questão:

a) (1.5 ponto) Determine a soma da série $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{x^{2n-2}}{(2n)!}$.

b) (1.5 ponto) USANDO SÉRIES, determine $\alpha \in I\!R, \alpha \geq 0$, tal que o seguinte limite exista e

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{\operatorname{sen}(x^3)-x^3}{2x^\alpha} \neq 0, \pm\infty \ .$$

$3^{\underline{a}}$ Questão:

a) (2.0 pontos) Encontre a série de Fourier de **senos** da função

$$f(x) = 1 - \frac{x}{\pi} \quad \text{para} \quad x \in \,]0, \pi] \; .$$

b) (1.0 ponto) Determine a expressão da função $g(x)$ definida em $[91\pi, 92\pi]$, para o qual a série obtida em (a) converge.

c) (1.0 ponto) Sabendo que $s(x) = 1 + \pi - \dfrac{8}{\pi} \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos[(2n+1)x]}{(2n+1)^2}$ é a série de cossenos de $f(x) = 2x + 1, \; x \in [0, \pi]$, calcular o valor de $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^4}$.

$2^{\underline{a}}$ Prova de MAT 2456 - Cálculo IV
Escola Politécnica - 22.10.2007

Turma B

Nome : ______________________________
N$^{\underline{o}}$ USP : ______________________________
Professor(a) : ______________________________
Turma : ______________________________

Q	N
1	
2	
3	
Total	

Justifique todas as suas respostas

$1^{\underline{a}}$ Questão:

a) (1.5 ponto) Encontre a série de Taylor para $f(x) = \ln(1 + x^4)$, em $x_0 = 0$, e determine todos os valores de x para os quais a série é convergente.

b) (1.5 ponto) Calcule $\displaystyle\int_0^1 \ln(1 + x^4)dx$ com erro $< \dfrac{1}{80}$.

$2^{\underline{a}}$ Questão:

a) (1.5 ponto) Determine a soma da série $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\,\frac{x^{2n}}{(2n+1)!}$.

b) (1.5 ponto) USANDO SÉRIES, determine $\alpha \in \mathbb{R}, \alpha \geq 0$, tal que o seguinte limite exista e

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{e^{x^2}-x^2-1}{3x^{\alpha}} \neq 0, \pm\infty \ .$$

$3^{\underline{a}}$ Questão:

a) (2.0 pontos) Encontre a série de Fourier de **senos** da função

$$f(x) = 2 - \frac{2x}{\pi} \quad \text{para} \quad x \in \ ]0, \pi] \ .$$

b) (1.0 ponto) Determine a expressão da função $g(x)$ definida em $[91\pi, 92\pi]$, para o qual a série obtida em (a) converge.

c) (1.0 ponto) Sabendo que $s(x) = 1 + \dfrac{\pi}{2} - \dfrac{4}{\pi} \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos[(2n+1)x]}{(2n+1)^2}$ é a série de cossenos de $f(x) = x + 1, \ x \in [0, \pi]$, calcular o valor de $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^4}$.