

5a. Lista de Exercícios de MAT 3110

Bacharelado em Atuária - FEA-USP - 1o. semestre 2017 - Turma 26

Profa. Maria Izabel Ramalho Martins

I. Ainda fazendo gráficos e máximos/mínimos

1. Esboce o gráfico de:

a. $f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 1}$ b. $f(x) = \frac{x^2 - x}{x + 1}$ c. $f(x) = \frac{x^3 - x - 1}{x^2}$

d. $f(x) = \frac{x^3 - x^2 + 1}{x}$ e. $f(x) = \frac{x^2}{x + 1}$ f. $f(x) = \frac{x - 1}{x^2}$

2. Estude a função $f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 7$, com relação máximos e mínimos locais e globais.

II. Primitivação ou Integral Indefinida

1. Calcule as integrais indefinidas (ou primitivas) indicadas abaixo:

1. $\int (x^3 + 1) dx$ 2. $\int \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2} dx$ 3. $\int (\sqrt{x^3} - \cos x) dx$ 4. $\int \frac{2x - \sqrt[3]{x}}{3x} dx$
5. $\int \operatorname{tg}^2 x dx$ 6. $\int \left(\frac{x}{4} - \frac{2}{\sqrt{x}} \right) dx$ 7. $\int \left(\frac{\sec^2 x}{4} - \frac{3}{x^4} \right) dx$ 8. $\int e^{-x} dx$
9. $\int e^{2x} dx$ 10. $\int \operatorname{sen}(2x) dx$ 11. $\int \operatorname{sen}(x - 3) dx$ 12. $\int \frac{e^x + e^{-x}}{2} dx$
13. $\int \cos 3t dt$ 14. $\int (e^{2x} + e^{-2x}) dx$ 15. $\int \frac{1}{e^{3x}} dx$ 16. $\int \sec^2(2t) dt$
17. $\int \frac{1}{x + 1} dx$ 18. $\int \frac{3}{x - 2} dx$ 19. $\int (x - 1)^{11} dx$ 20. $\int \frac{1}{(x - 1)^2} dx$
21. $\int \frac{1}{2x + 1} dx$ 22. $\int (2x + 1)^{12} dx$ 24. $\int \frac{2}{(2x + 1)^{12}} dx$ 24. $\int \sqrt[3]{2x + 1} dx$

Observação: Para os itens de 8. em diante tente achar **uma** primitiva usando a definição e as propriedades conhecidas das primitivas.

2. Determine as integrais indicadas abaixo.

1. $\int \operatorname{sen}^2 x \cos x dx$ 2. $\int \operatorname{tg}^2 x \sec^2 x dx$ 3. $\int \frac{x}{1 - 2x^2} dx$ 4. $\int \frac{2x}{\sqrt{1 - 2x^2}} dx$
5. $\int 3x(1 - 2x^2)^{10} dx$ 6. $\int \frac{x^3}{16 + x^4} dx$ 7. $\int \frac{x^3}{(3 + x^4)^3} dx$ 8. $\int \frac{1}{x(\ln x)^2} dx$
9. $\int \operatorname{tg} t dt$ 10. $\int \sqrt{\cos x} \operatorname{sen} x dx$ 11. $\int x e^{-x^2} dx$ 12. $\int x \sqrt[3]{1 + x^2} dx$

$$\begin{array}{llll}
 13. \int x^2 e^{x^3} dx & 14. \int \operatorname{tg} 2x dx & 15. \int \frac{e^x}{1+3e^x} dx & 16. \int \frac{1}{x} \cos(\ln x) dx \\
 17. \int \frac{1}{x \ln x} dx & 18. \int \frac{\ln x}{x} dx & 19. \int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx & 20. \int \sec^2 x e^{\operatorname{tg} x} dx
 \end{array}$$

3. Determine as primitivas indicadas abaixo (miscelânea)

$$\begin{array}{llll}
 1. \int x \ln x dx & 2. \int x \operatorname{sen} x dx & 3. \int (\ln x)^2 dx & 4. \int x^2 e^{2x} dx \\
 5. \int \frac{1}{\sqrt{x}} \ln x dx & 6. \int \sqrt[3]{x^2} \ln x dx & 7. \int (t^2 + 1) \sqrt{t} dt & 8. \int \frac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}} dx \\
 9. \int \frac{3x}{(4x-1)^5} dx & 10. \int e^x \operatorname{sen}(1-2e^x) dx & 11. \int \operatorname{sen} x \sec^2 x dx \\
 12. \int e^x \operatorname{sen} x dx & 13. \int x^2 \cos x dx & 14. \int \ln^2 x dx & 15. \int \frac{1}{\sqrt{x}} \cos(\sqrt{x}) dx
 \end{array}$$

III. Integral definida e uma aplicação (Cálculo de Área)

1. Calcule os valores das integrais definidas indicadas abaixo:

$$\begin{array}{llll}
 1. \int_{-2}^{-1} \left(\frac{1}{x^2} + x \right) dx & \mathbf{b.} \int_{-\pi}^0 \operatorname{sen} 3x dx & \mathbf{c.} \int_0^4 \sqrt{x} dx & 2. \int_0^{\pi/2} \operatorname{sen}^2 x dx \\
 3. \int_0^1 (x-3)^2 dx & 4. \int_1^2 \frac{1+t^2}{t^4} dt & 5. \int_{-1}^0 \frac{2}{(2x-1)^5} dx & 6. \int_0^{\pi/4} \operatorname{tg}^2 x dx \\
 7. \int_0^2 e^{-2x} dx & 8. \int_0^1 \frac{1}{x+1} dx & 9. \int_1^3 \left(\frac{x}{4} - \frac{2}{\sqrt{x}} \right) dx & 10. \int_0^{\pi/3} (\sqrt{x^3} - \cos x) dx \\
 11. \int_0^b x e^{-x^2/2} dx, \text{ com } b > 0.
 \end{array}$$

2. Calcule a área da região plana formada pelos pontos (x, y) tais que $x^2 \leq y \leq \sqrt{x}$.

3. Esboce as curvas indicadas abaixo e calcule a área da região do plano delimitada por elas:

$$\mathbf{a.} y = x^2 \text{ e } y = 2x, \text{ com } 0 \leq x \leq 3. \quad \mathbf{b.} y = x^3 - 3x \text{ e } y = x, \text{ com } x \geq 0.$$

4. Calcule a área da região limitada pelas curvas $y = \operatorname{sen} x$ e $y = \cos x$, no intervalo $[0, \pi/2]$.

5. Calcule a área do conjunto $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1 \text{ e } \sqrt{x} \leq y \leq 3\}$.

6. Calcule a área do subconjunto $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0 \text{ e } \frac{1}{x^2} \leq y \leq 5 - 4x^2\}$.