Lista 0 de MAT 3110

ATUÁRIA - FEA - 1o. sem. 2017 - Turma 26 (N)

Profa. Maria Izabel Ramalho Martins

1. Sejam x, y, a, b números reais. Verifique que

a. $x^3 - y^3 = (x - y)\,(x^2 + x\,y + y^2)$. **b.** $a - b = \left(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}\right)\left(\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{a}\,\sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{b^2}\right)$ (use a).

c. $a^5 - b^5 = (a - b))\,(a^4 + a^3\,b + a^2\,b^2 + a\,b^3 + b^4\,)$. **d.** (*) $a^5 + b^5 = (a + b)\,(a^4 - a^3\,b + a^2\,b^2 - a\,b^3 + b^4)$.

e. $\left(\sqrt[3]{x+1} - \sqrt[3]{x}\right)\left(\sqrt[3]{(x+1)^2} + \sqrt[3]{x+1}\,\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x^2}\right) = 1$.

(*) O ítem d. pode ser escrito resumidamente da forma $a^5 + b^5 = (a + b)\left(\sum_{j=1}^{5}(-1)^{j-1}a^{5-j}\,b^{j-1}\right)$

f. $x + y = \left(\sqrt[5]{x} + \sqrt[5]{y}\right)\left(\sqrt[5]{x^4} - \sqrt[5]{x^3\,y} + \sqrt[5]{x^2\,y^2} - \sqrt[5]{x\,y^3} + \sqrt[5]{y^4}\right)$.

A. Qual a "generalização do ítem a ou c"? Isto é, se $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$, e a, b são números reais, qual a expressão fatorada de $a^n - b^n$?

B. Qual a generalização do ítem d? Ou seja, se $n \in \mathbb{N}$, com n ímpar, $n \geq 3$, qual a expressão fatorada de $a^n + b^n$?

2. Usando o ex.1, determine a expressão a ser colocada em $(\cdots)$ para que a igualdade seja verdadeira.

a. $x^3 + 27 = (x + 3)(\cdots)$.

b. $x + 2 = \left(\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{2}\right)\,(\cdots)$.

c. $x^2 + x = \left(\sqrt{2x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - x + 1}\right)\,(\cdots)$

d. $x - 27 = (\sqrt[3]{x}\, - \,3)\,(\cdots)$.

e. $x^2 + x = \left(\sqrt{2x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - x + 1}\right)\,(\cdots)$

f. $x - 4 = (\sqrt{x} - 2)\,(\cdots)$, para $x \geq 0$.

g. $x^4 = \left(\sqrt[4]{x^4 + 1} - 1\right)\,(\cdots)$

h. $x^2 = \left(\sqrt{x^3 + 2x^2} - \sqrt{x^3 + x^2}\right)\,(\cdots)$, para $x \geq -1$.

3. Substitua cada uma das expressões abaixo por outra equivalente que não apresente a restrição original.

a. $\dfrac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{3}}{x - 3}$ $(x \neq 3)$

b. $\dfrac{2x^3 + 9x^2 + 12x + 4}{-x^3 - 2x^2 + 4x + 8}$ $(x \neq -2,\, x \neq 2)$.

(continua)

c. $\dfrac{\sqrt{x^2+16}-5}{x^2+3x}$ $(x \neq -3,\ x \neq 0)$ **d.** $\dfrac{x^4}{\sqrt[5]{x^4+1}-1}$ $(x \neq 0)$ **e.** $\dfrac{t+1}{\sqrt[3]{t}+1}$ $(t \neq -1)$

4. Simplifique as expressões abaixo:

a. $\dfrac{\sqrt{x^4+x^2}}{x}$ $(x \neq 0)$. **b.** $\dfrac{\sqrt{x^2-4x+4}}{x-2}$ $(x \neq 2)$. **c.** $\dfrac{\sqrt{x^3+x^2-5x+3}}{x^2-1}$, para $x > -1, x \neq 1$.