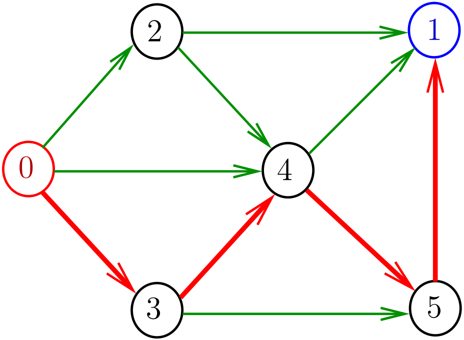
Melhores momentos

Últimas aulas

Procurando um caminho

Problema: dados um digrafo G e dois vértices s e t decidir se existe um caminho de s a t

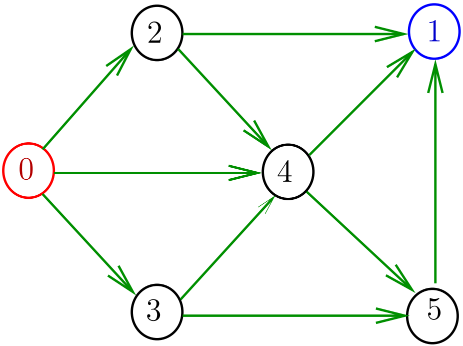
Exemplo: para s = 0 e t = 1 a resposta é SIM



Procurando um caminho

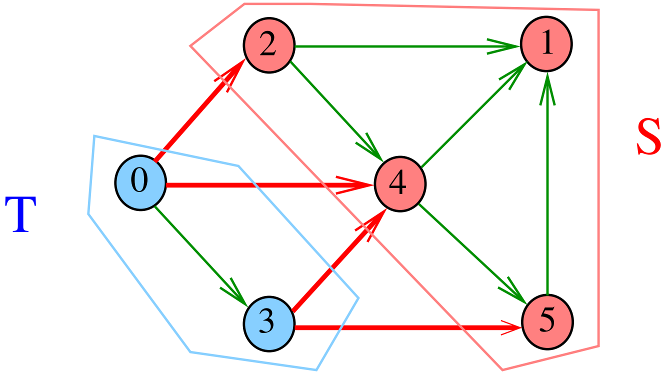
Problema: dados um digrafo `G` e dois vértices `s` e `t` decidir se existe um caminho de `s` a `t`

Exemplo: para `s` = 5 e `t` = 4 a resposta é NÃO



Certificado de inexistência

Exemplo: certificado de que não há caminho de 2 a 3



Conclusão

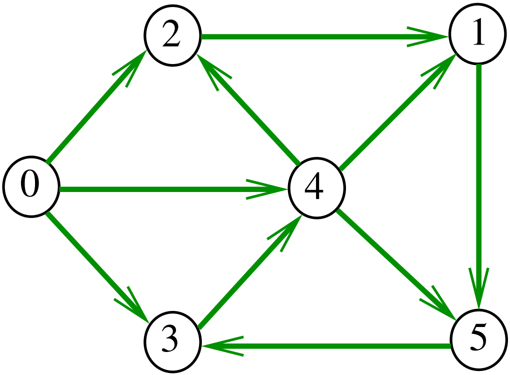
Para quaisquer vértices s e t de um digrafo, vale uma e apenas umas das seguintes afirmações:

- existe um caminho de s a t
- existe st-corte (S, T) em que todo arco no corte tem ponta inicial em T e ponta final em S.

Procurando um ciclo

Problema: decidir se dado digrafo G possui um ciclo

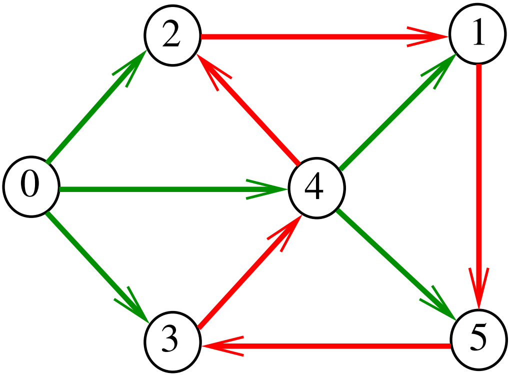
Exemplo: para o grafo a seguir a resposta é SIM



Procurando um ciclo

Problema: decidir se dado digrafo `G` possui um ciclo

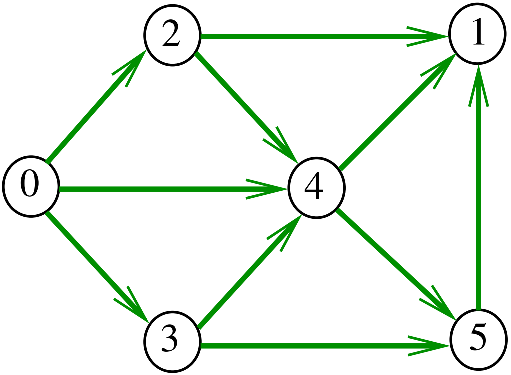
Exemplo: para o grafo a seguir a resposta é SIM



Procurando um ciclo

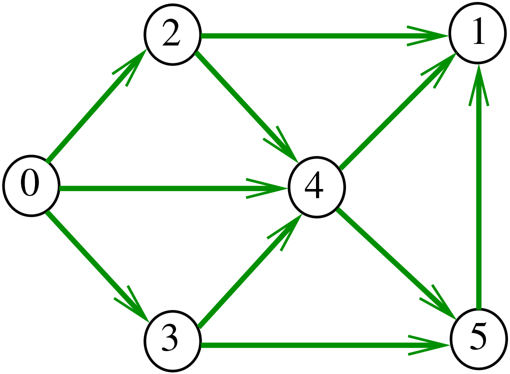
Problema: decidir se dado digrafo `G` possui um ciclo

Exemplo: para o grafo a seguir a resposta é NÃO



Ordenação topológica

i	0	1	2	3	4	5
ts[i]	0	3	2	4	5	1

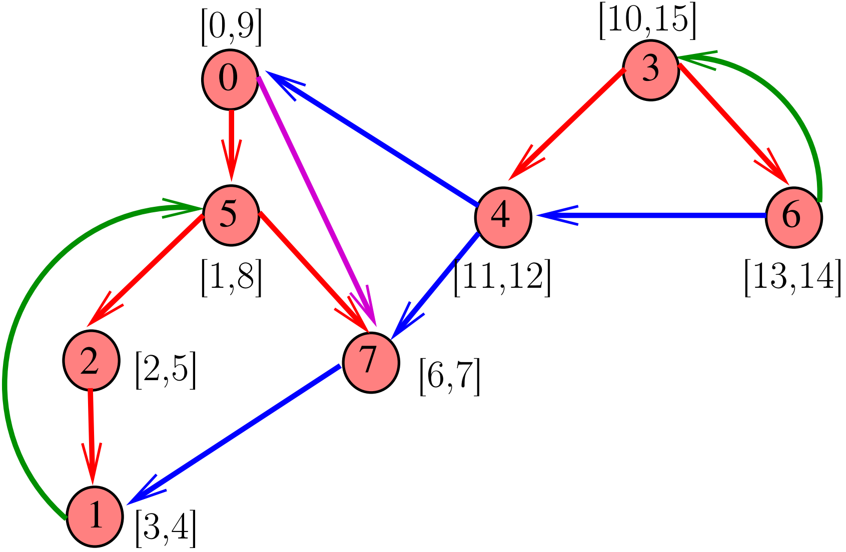


Conclusão

Para todo digrafo G, vale uma e apenas umas das seguintes afirmações:

- G possui um ciclo
- G é um DAG e, portanto, admite uma ordenação topológica

Floresta DFS

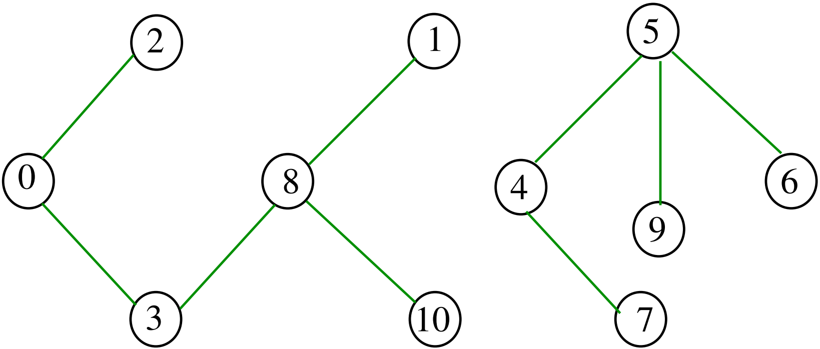


Florestas e árvores

Florestas

Uma **floresta** (= *forest*) é um grafo sem ciclos não-triviais

Exemplo:



Propriedades

Para cada par `s`,`t` de vértices de uma árvore existe um e um só caminho simples de `s` a `t`.

Toda árvore com `V` vértices tem exatamente `V`-1 arestas.

Conclusão

Para todo grafo G, vale uma e apenas umas das seguintes afirmações:

- G possui um ciclo não trivial
- G é uma floresta

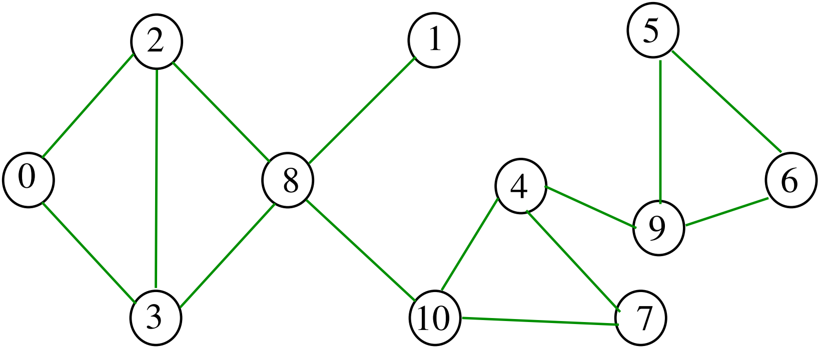
Componentes de grafos

S 18.5

Grafos conexos

Um grafo é **conexo** se e somente se, para cada par (`s`,`t`) de seus vértices, existe um caminho com origem `s` e término `t`

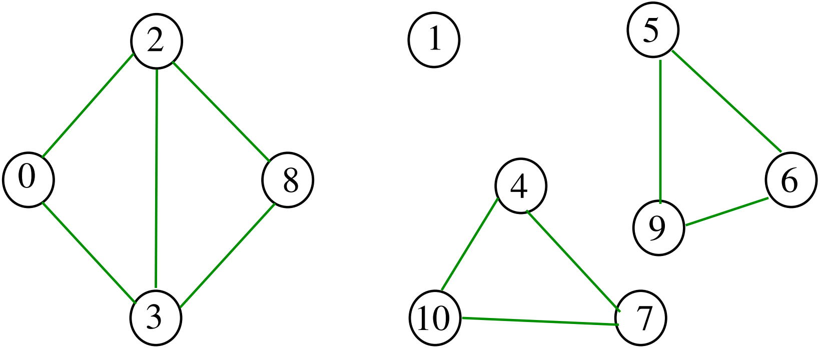
Exemplo: um grafo conexo



Componentes de grafos

Uma **componente** (= *component*) de um grafo é o subgrafo conexo maximal

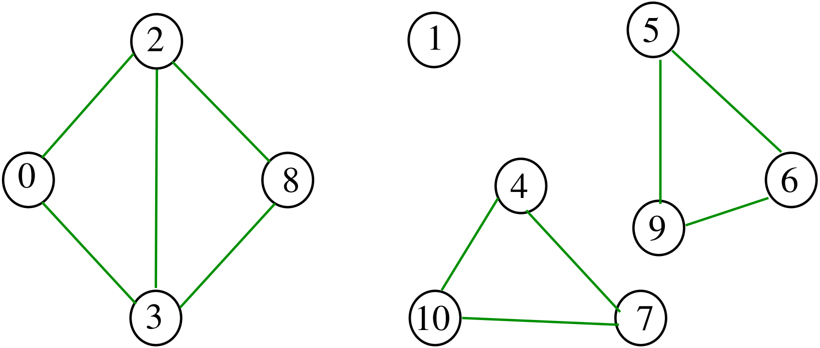
Exemplo: grafo com 4 componentes (conexos)



Contando componentes

Problema: calcular o número de componente

Exemplo: grafo com 4 componentes



Cálculo das componentes de grafos

A função abaixo devolve o número de componentes do grafo `G`.

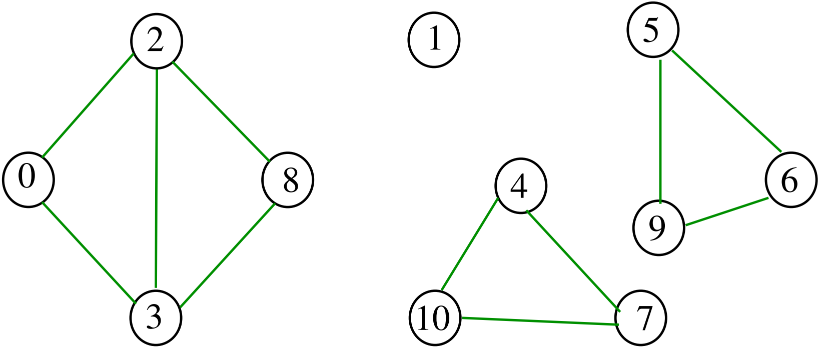
```
#define maxV 10000
static int cc[maxV];
```

Além disso, ela armazena no vetor `cc` o número do componente a que o vértice pertence: se o vértice `v` pertence ao `k`-ésimo componente então `cc[v] == k-1`

```
int GRAPHcc (Graph G)
```

Exemplo

v	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
cc[v]	0	1	0	0	2	3	3	2	0	3	2



GRAPHcc

```
int GRAPHcc (Graph G) {
 Vertex v; int id = 0;
 for (v = 0; v < G->V; v++) cc[v] = -1;
 for (v = 0; v < G->V; v++)
      if (cc[v] == -1)
           dfsRcc(G, v, id++);
 return id;
}
```

dfsRcc

```
void dfsRcc (Graph G, Vertex v, int id){
 link p;
 cc[v] = id;
 for (p=G->adj[v];p!=NULL;p=p->next)
     if (cc[p->w] == -1)
         dfsRcc(G, p->w, id);
}
```

Consumo de tempo

O consumo de tempo da função `GRAPHcc` é $O(\mathtt{V} + \mathtt{A})$.

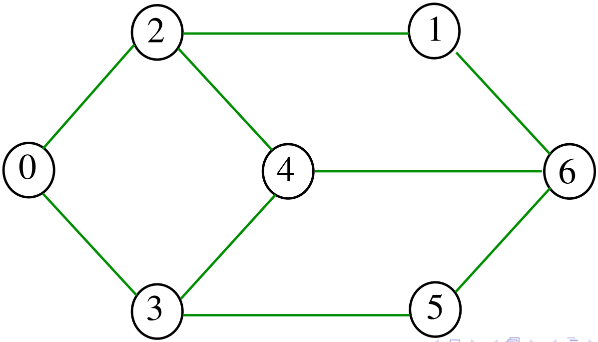
Grafos bipartidos e ciclos ímpares

S 18.5

Bipartição

Um grafo é **bipartido** (= *bipartite*) se existe uma bipartição do seu conjunto de vértices tal que cada aresta tem uma ponta em uma das partes da bipartição e a outra ponta na outra parte

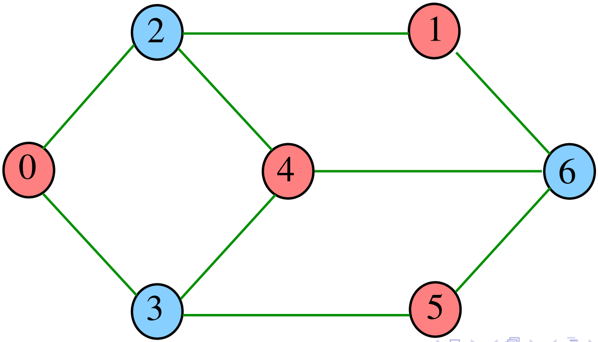
Exemplo:



Bipartição

Um grafo é **bipartido** (= *bipartite*) se existe uma bipartição do seu conjunto de vértices tal que cada aresta tem uma ponta em uma das partes da bipartição e a outra ponta na outra parte

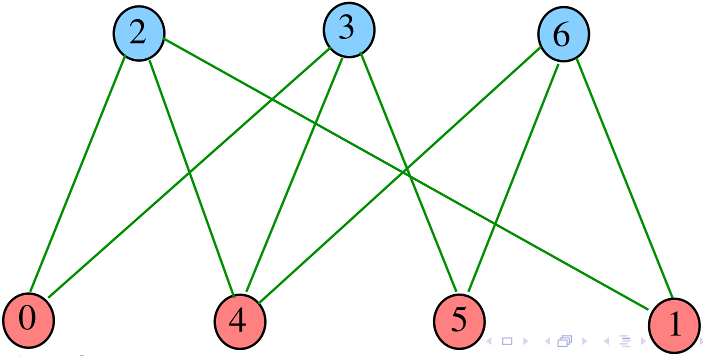
Exemplo:



Bipartição

Um grafo é **bipartido** (= *bipartite*) se existe uma bipartição do seu conjunto de vértices tal que cada aresta tem uma ponta em uma das partes da bipartição e a outra ponta na outra parte

Exemplo:



Florestas e bipartições

Teorema 1.

Toda floresta é um grafo bipartido.

Prova: Basta mostrar que toda árvore é.
Escolha um vértice `v`, e, para todo vértice `w`, faça:

$$\mathtt{cor}[\mathtt{w}] = \mathit{dist}(\mathtt{v}, \mathtt{w}) \bmod 2.$$

Se `u` e `w` são adjacentes, o caminho de `v` ao mais distante passa pelo mais mais próximo e usa a aresta. Assim,as distâncias a `v` diferem de 1, e eles têm cores diferentes.

Florestas e bipartições

Teorema 1.
Toda floresta é um grafo bipartido.

Prova: Basta mostrar que toda árvore é.
Escolha um vértice $\texttt{v}$, e, para todo vértice $\texttt{w}$, faça:

$$\texttt{cor}[\texttt{w}] = \mathit{dist}(\texttt{v}, \texttt{w}) \bmod 2.$$

Se $\texttt{u}$ e $\texttt{w}$ são adjacentes, o caminho de $\texttt{v}$ ao mais distante passa pelo mais mais próximo e usa a aresta. Assim,as distâncias a $\texttt{v}$ diferem de 1, e eles têm cores diferentes.