Busca DFS

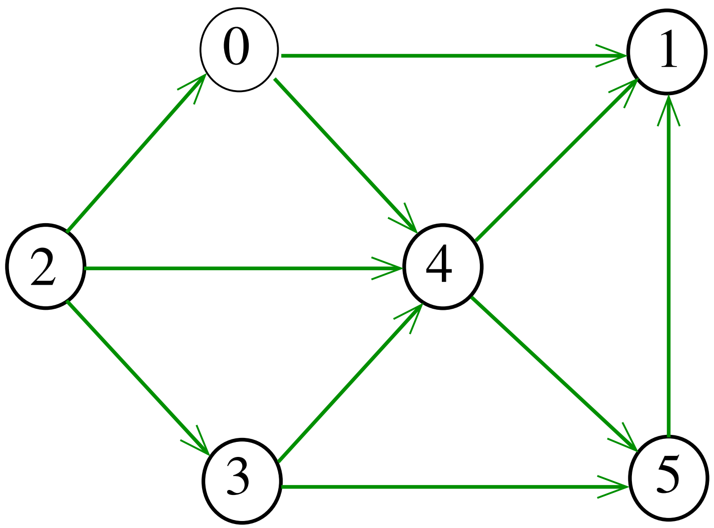
S 18.1 e 18.2

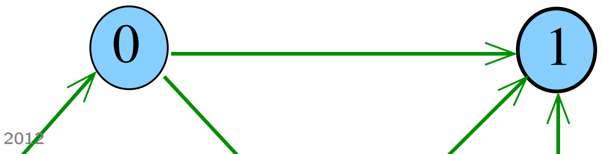
Busca ou varredura

Um algoritimo de **busca** (ou **varredura**) examina, sistematicamente, todos os vértices e todos os arcos de um digrafo.

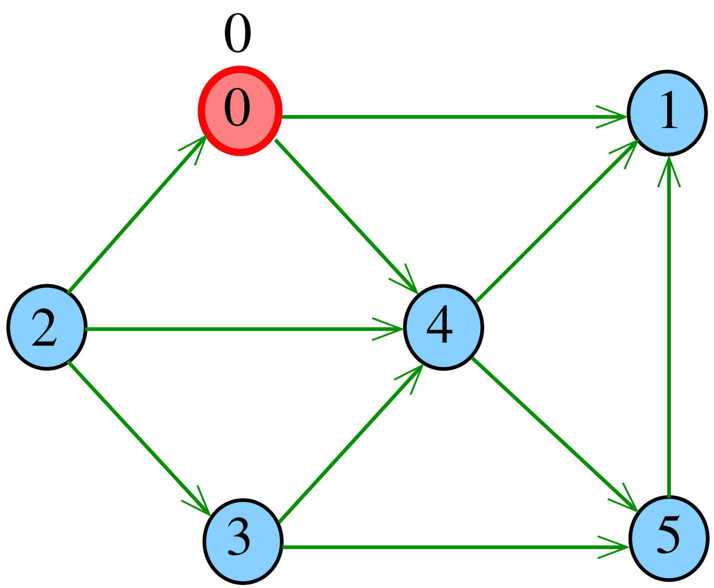
Cada arco é examinado **uma só vez**.
Despois de visitar sua ponta inicial o algoritmo percorre o arco e visita sua ponta final.

DIGRAPHdfs(G)

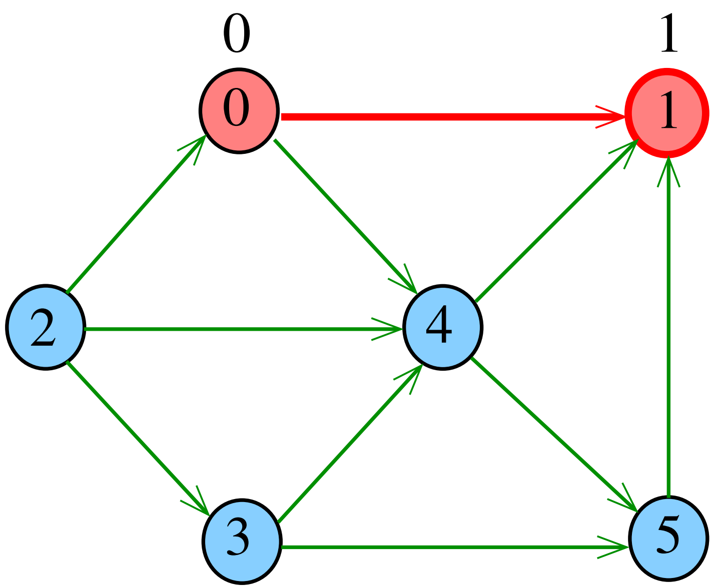




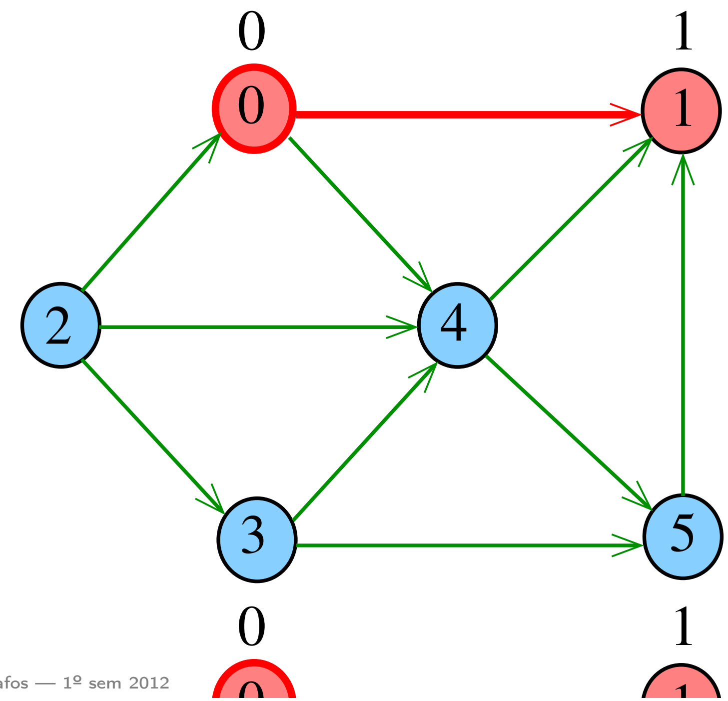
dfsR(G,0)



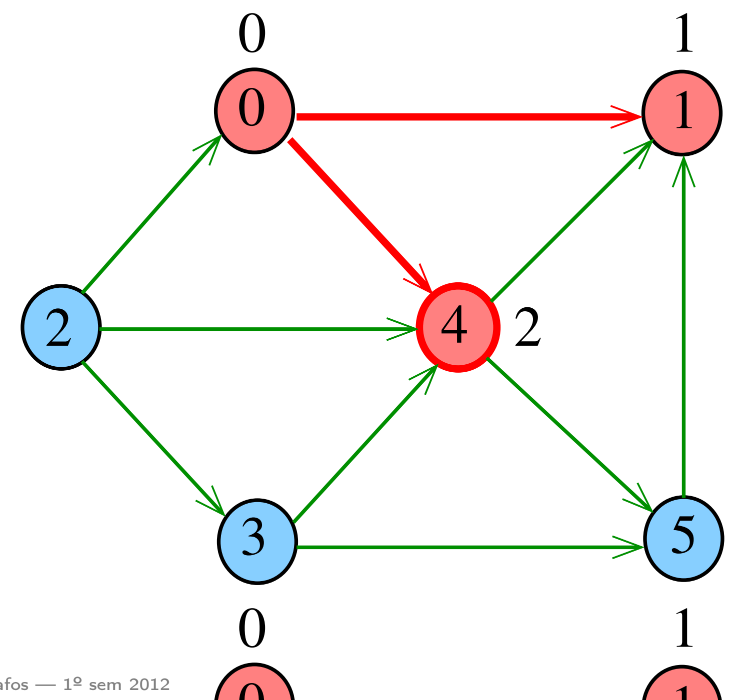
dfsR(G,1)



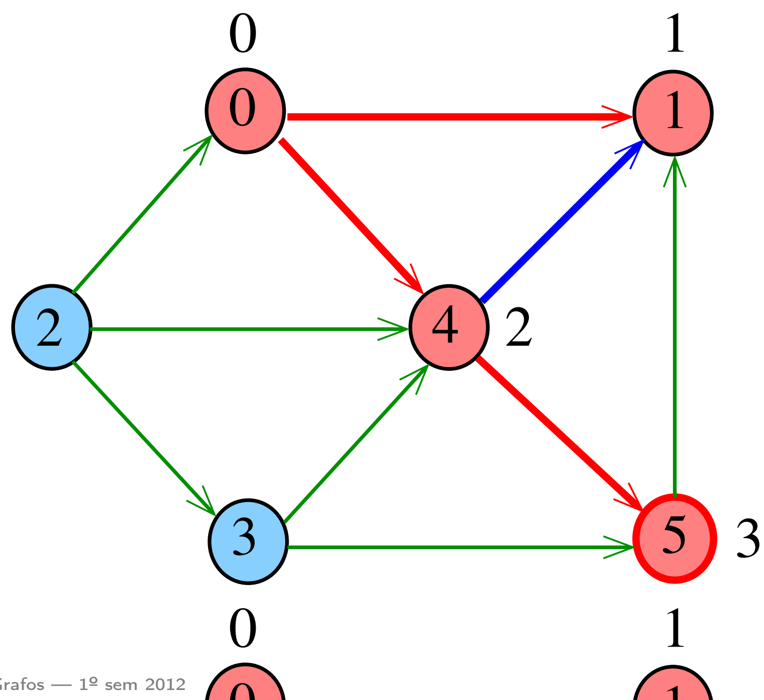
dfsR(G,0)



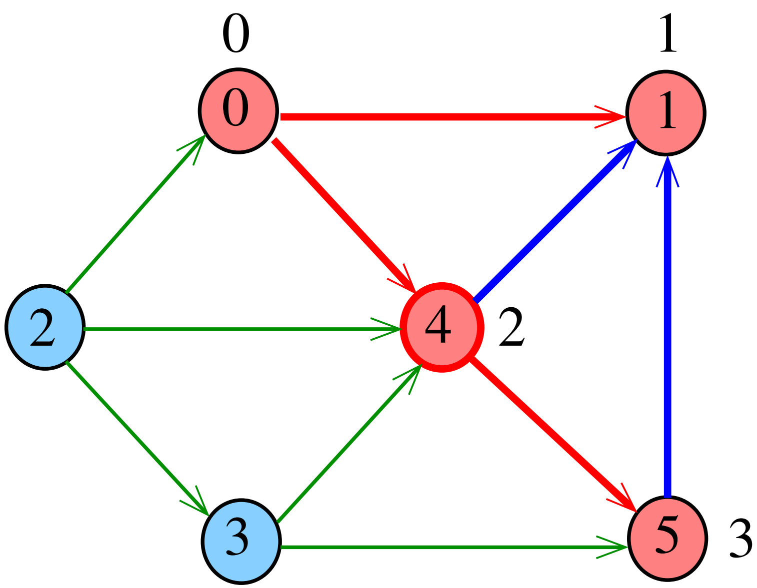
dfsR(G,4)



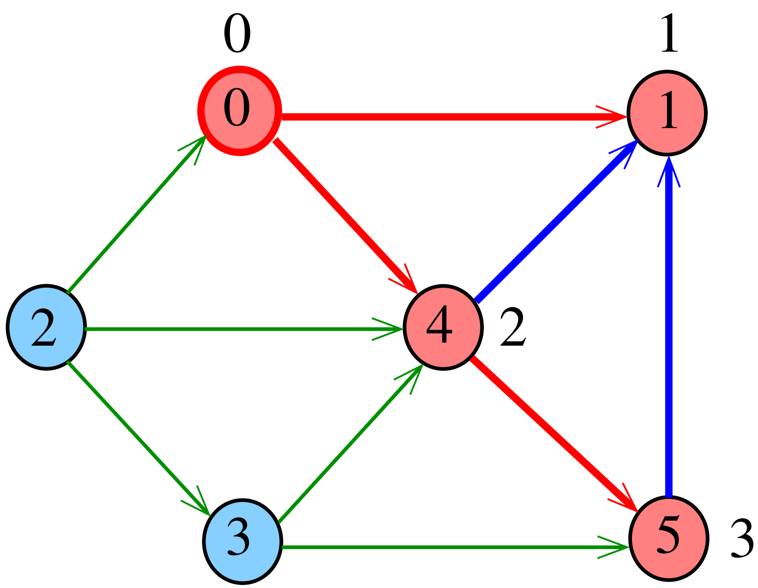
dfsR(G,5)



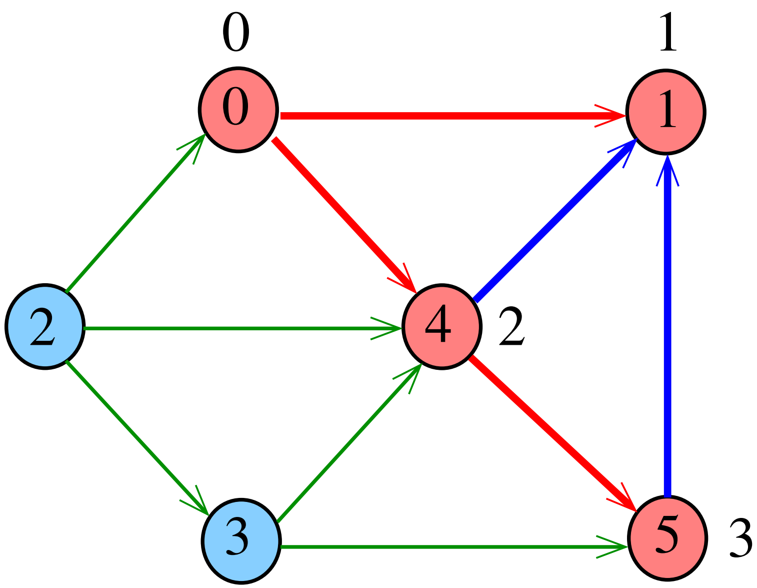
dfsR(G,4)



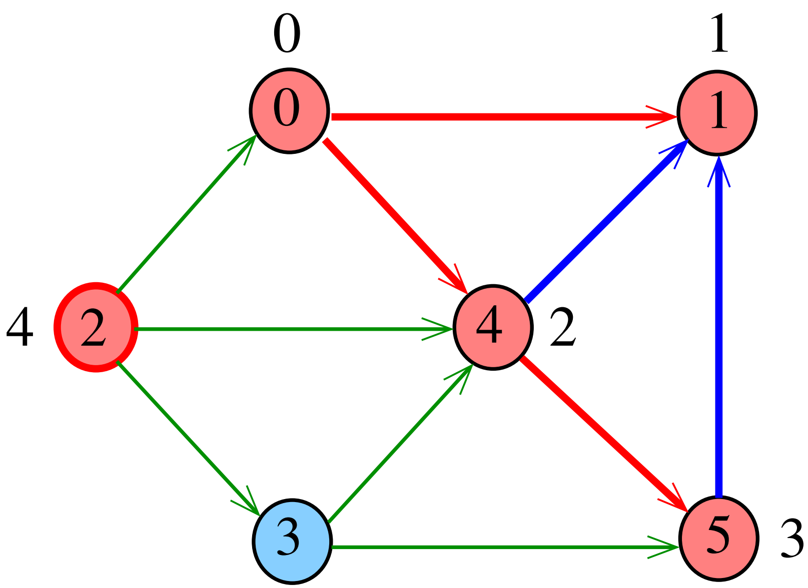
dfsR(G,0)



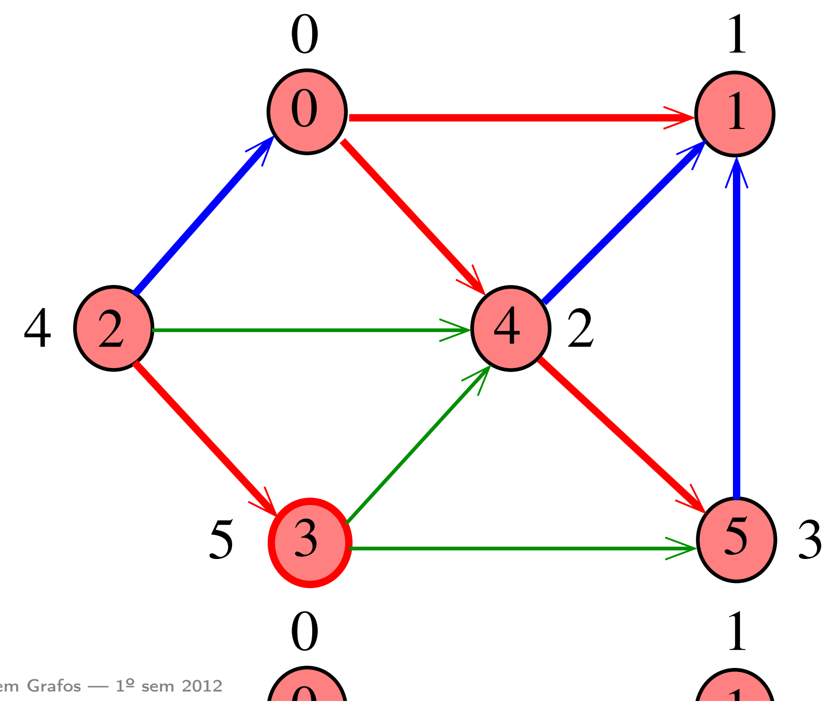
DIGRAPHdfs(G)



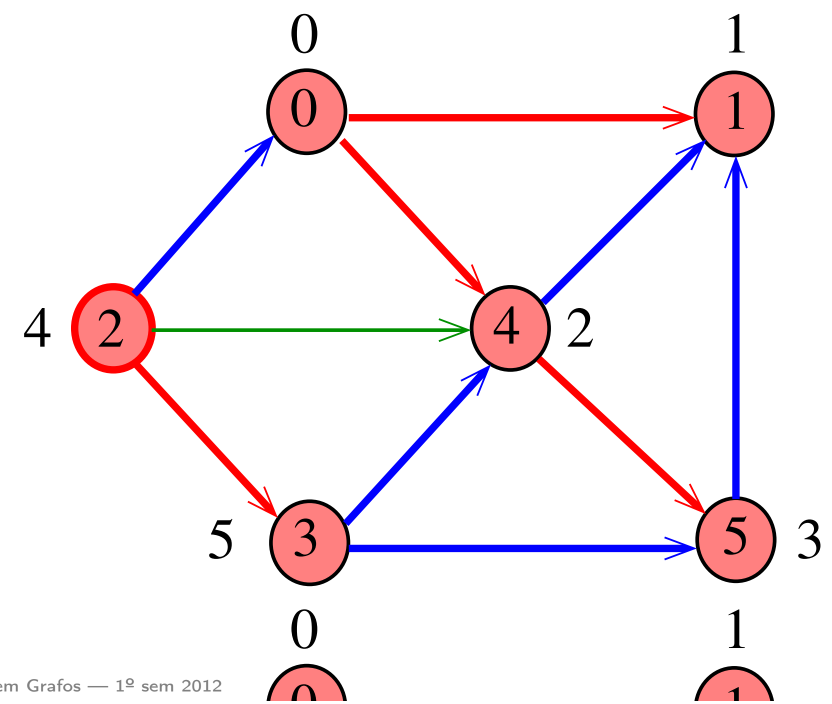
dfsR(G,2)



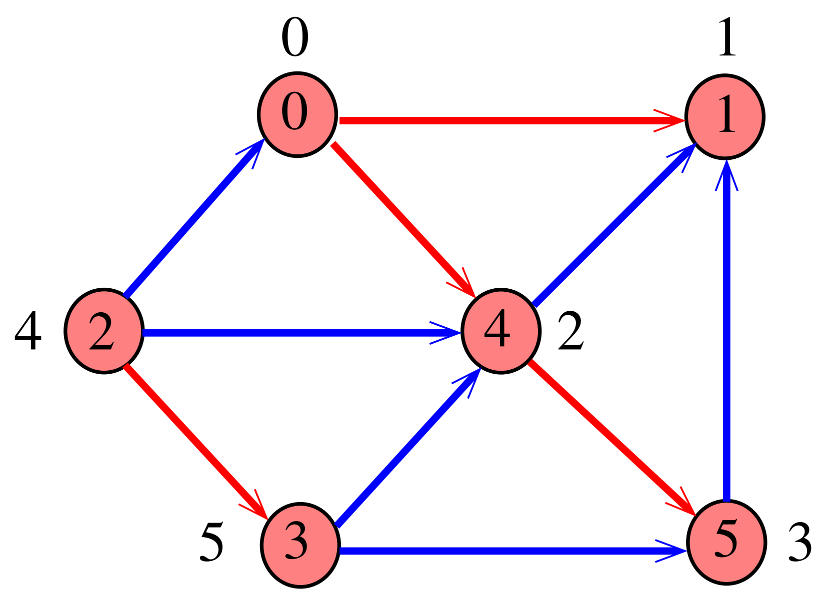
dfsR(G,3)



dfsR(G,2)



DIGRAPHdfs(G)



DIGRAPHdfs

```
static int cnt, lbl[maxV];
void DIGRAPHdfs (Digraph G) {
    Vertex v;
    cnt = 0;
    for (v = 0; v < G->V; v++)
        lbl[v] = -1;
    for (v= 0; v < G->V; v++)
        if (lbl[v] == -1)
            dfsR(G, v);
}
```

dfsR

dfsR supõe que o digrafo G é representado por uma matriz de adjacência

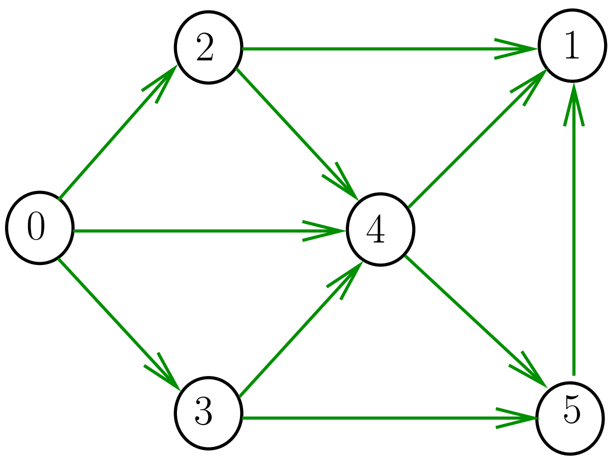
```
void dfsR (DigraphG, Vertex v) {
    Vertex w;
    lbl[v] = cnt++;
    for (w = 0; w < G->V; w++)
        if (G->adj[v][w] != 0)
            if (lbl[w] == -1)
                dfsR(G, w);
}
```


dfsR

dfsR supõe que o digrafo G é representado por listas de adjacência

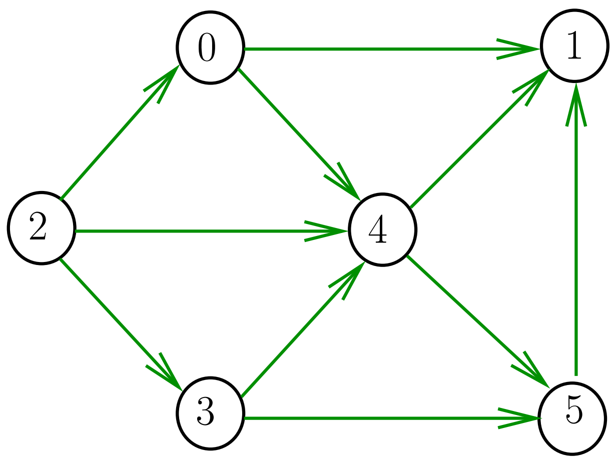
```
void dfsR (Digraph G, Vertex v) {
    link p;
    lbl[v] = cnt++;
    for (p = G->adj[v]; p != NULL; p= p->next)
        if (lbl[p->w] == -1)
            dfsR(G, p->w);
}
```


DIGRAPHdfs(G)




```
dfsR(G, 0)
  0-2 dfsR(G,2)
    2-1 dfsR(G,1)
    2-4 dfsR(G,4)
      4-1
      4-5 dfsR(G,5)
        5-1
  0-3 dfsR(G,3)
    3-4
    3-5
  0-4
```


DIGRAPHdfs(G)




```
dfsR(G, 0)
  0-1 dfsR(G, 1)
  0-4 dfsR(G, 4)
    4-1
    4-5 dfsR(G, 5)
      5-1
dfsR(G, 2)
  2-0
  2-3 dfsR(G, 3)
    3-4
    3-5
  2-4
```

Consumo de tempo

O consumo de tempo da função DIGRAPHdfs para vetor de listas de adjacência é $\Theta(V + A)$.

O consumo de tempo da função DIGRAPHdfs para matriz de adjacência é $\Theta(V^2)$.

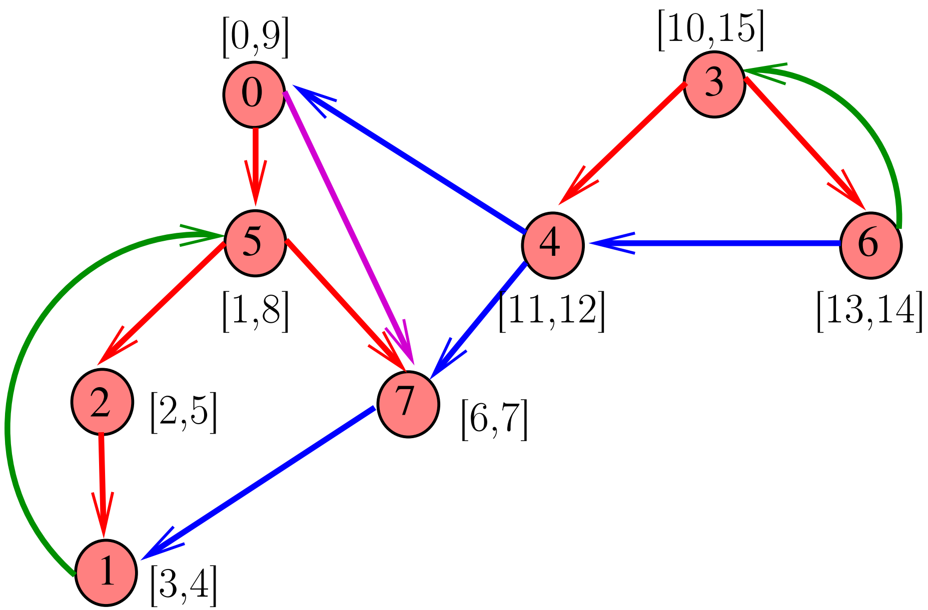
Busca DFS (CLRS)

Vamos supor que nossos digrafos têm no máximo maxV vértices

```
#define maxV 10000
static int time,parnt[maxV],d[maxV],f[maxV];
```

DIGRAPHdfs visita todos os vértices e arcos do digrafo G.
A função registra em d[v] o 'momento' em que v foi descoberto e em f[v] o momento em que ele foi completamente examinado

Busca DFS (CLRS)



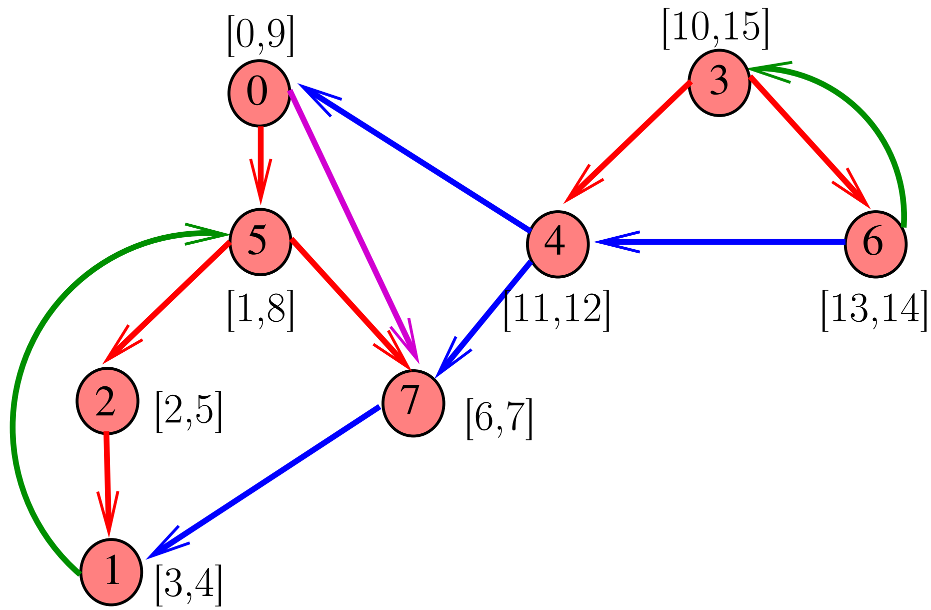
DIGRAPHdfs

```
void DIGRAPHdfs (Digraph G) {
    Vertex v;
    time = 0;
    for (v = 0; v < G->V; v++) {
        d[v] = f[v] = -1;
        parnt[v] = -1;
    }
    for (v= 0; v < G->V; v++)
        if (d[v] == -1)
            dfsR(G, v);
}
```

dfsR

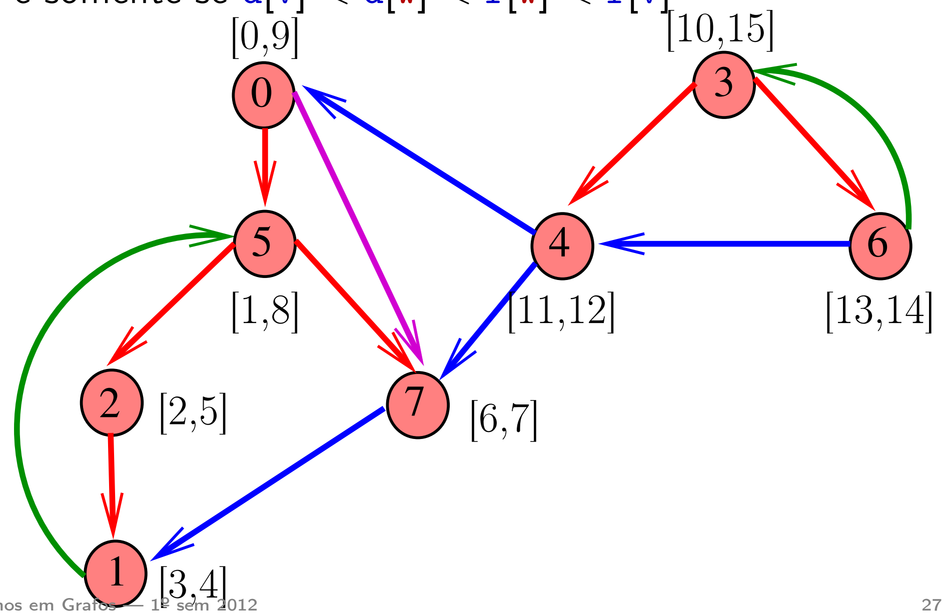
```
void dfsR (Digraph G, Vertex v) {
    link p;
    d[v] = time++;
    for (p = G->adj[v]; p != NULL; p= p->next)
        if (d[p->w] == -1) {
            parnt[p->w] = v;
            dfsR(G, p->w);
        }
    f[v] = time++;
}
```


Classificação dos arcos



Arcos de arborescência ou descendentes

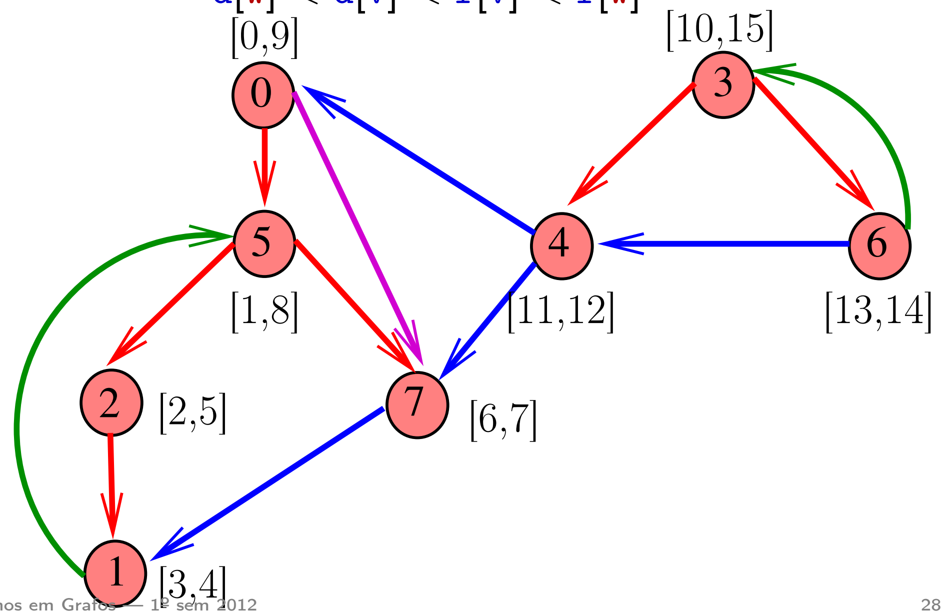
v-w é **arco de arborescência** ou **descendente** se e somente se d[v] < d[w] < f[w] < f[v]



Arcos de retorno

v-w é **arco de retorno** se e somente se

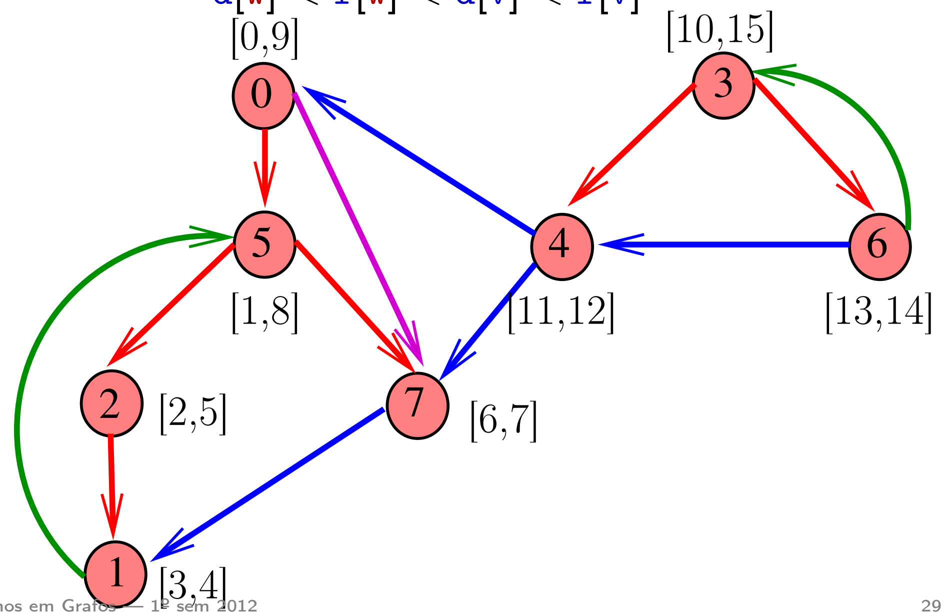
d[w] < d[v] < f[v] < f[w]



Arcos cruzados

v-w é arco **cruzado** se e somente se

$$d[w] < f[w] < d[v] < f[v]$$



Conclusões

v-w é:

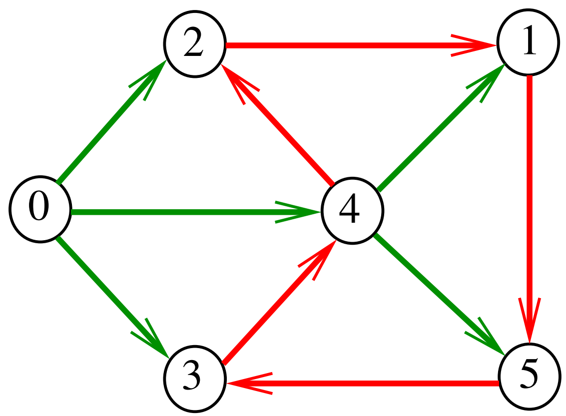
- **arco de arborescência** se e somente se $d[v] < d[w] < f[w] < f[v]$ e $parnt[w] = v$;
- **arco descendente** se e somente se $d[v] < d[w] < f[w] < f[v]$ e $parnt[w] \neq v$;
- **arco de retorno** se e somente se $d[w] < d[v] < f[v] < f[w]$;
- **arco cruzado** se e somente se $d[w] < f[w] < d[v] < f[v]$;

Ciclos em digrafos

Ciclos

Um **ciclo** num digrafo é qualquer seqüência da forma v_0–v_1–v_2–…–v_{k-1}–v_p, onde v_{k-1}-v_k é um arco para $k = 1, \ldots, p$ e $v_0 = v_p$.

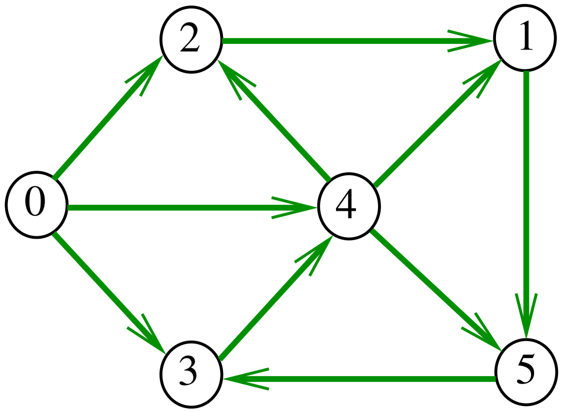
Exemplo: 2-1-5-3-4-2 é um ciclo

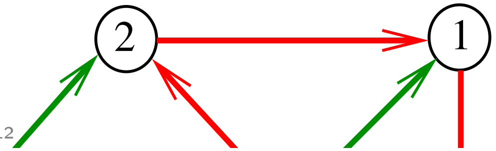


Procurando um ciclo

Problema: decidir se dado digrafo G possui um ciclo

Exemplo: para o grafo a seguir a resposta é **SIM**

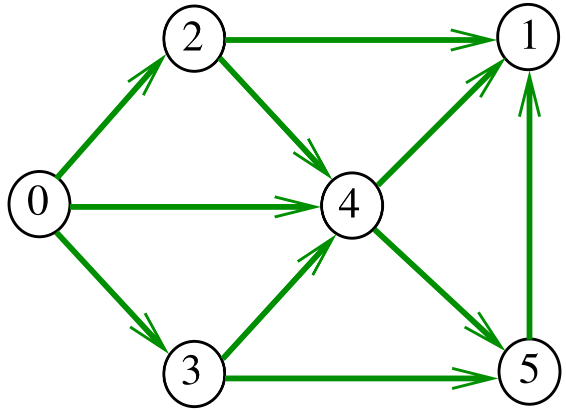




Procurando um ciclo

Problema: decidir se dado digrafo G possui um ciclo

Exemplo: para o grafo a seguir a resposta é **NÃO**



DIGRAPHcycle1

Recebe um digrafo G e devolve **1** se existe um ciclo em G e devolve **0** em caso contrário.
Supõe que o digrafo tem no máximo maxV vértices.

```
int DIGRAPHcycle1 (Digraph G);
```


Primeiro algoritmo

```
int DIGRAPHcycle1 (Digraph G) {
    Vertex v;
    link p;
    for (v = 0; v < G->V; v++)
        for (p=G->adj[v];p!= NULL;p=p->next)
            if (DIGRAPHpath(G, p->w, v))
                return 1;
    return 0;
}
```

Consumo de tempo

O consumo de tempo da função DIGRAPHcycle1 é A vezes o consumo de tempo da função DIGRAPHpath.

O consumo de tempo da função DIGRAPHcycle1 para vetor de listas de adjacência é $O(A(V + A))$.

O consumo de tempo da função DIGRAPHcicle1 para matriz de adjacência é $O(AV^2)$.

DIGRAPHcycle

Vamos supor que nossos digrafos têm no máximo maxV vértices

```
#define maxV 10000
static int time, d[maxV], f[maxV];
static Vertex parnt[maxV];
```


DIGRAPHcycle

Recebe um digrafo G e devolve **1** se existe um ciclo em G e devolve **0** em caso contrário

```
int DIGRAPHcycle (Digraph G);
```

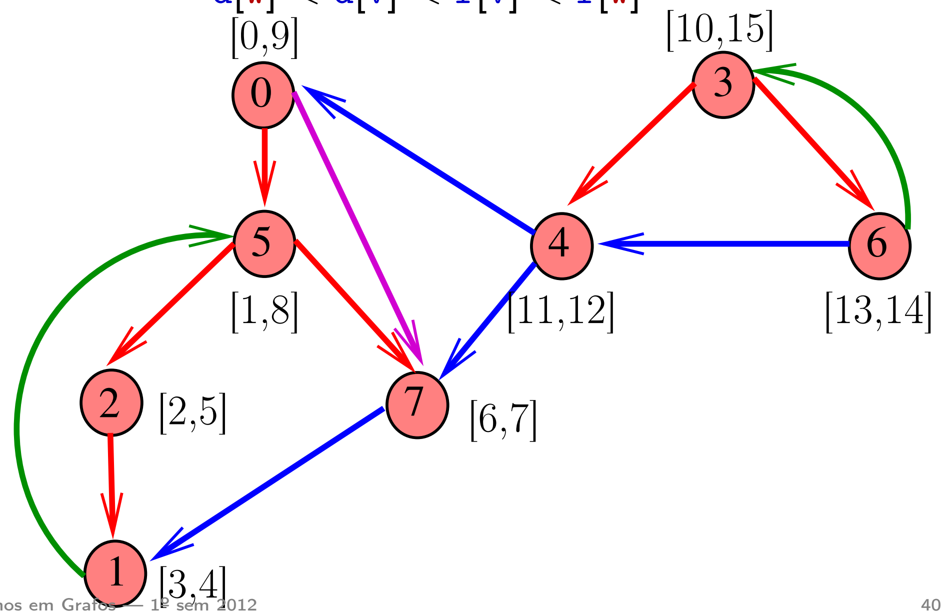
A função tem por base a seguinte observação: em relação a **qualquer** floresta de busca em profundidade,

> ***todo*** *arco de* ***retorno*** *pertence a um ciclo e*
> ***todo*** *ciclo tem um arco de* ***retorno***

Arcos de retorno

v-w é **arco de retorno** se e somente se

$$d[w] < d[v] < f[v] < f[w]$$



DIGRAPHcycle

```
int DIGRAPHcycle (Digraph G) {
    Vertex v;
    time = 0;
    for (v = 0; v < G->V; v++) {
        d[v] = f[v] = -1; parnt[v] = -1;
    }
    for (v= 0; v < G->V,v++)
        if (d[v] == -1) {
            parnt[v] = v;
            if (cycleR(G,v) == 1) return 1;
        }
    return 0;
}
```


cycleR

```
int cycleR (Digraph G, Vertex v) {
    link p; Vertex u;
    d[v] = time++;
    for (p = G->adj[v]; p != NULL; p= p->next)
        u = p->w;
        if (d[u] == -1) { /* na arborescência */
            parnt[u] = v;
            if (cycleR(G,u)) return 1;
        } /* else: arco de retorno */
        else if (f[u] == -1) return 1;
    f[v] = time++;
    return 0;
}
```


Consumo de tempo

O consumo de tempo da função DIGRAPHcycle para vetor de listas de adjacência é $O(V + A)$.

O consumo de tempo da função DIGRAPHcycle para matriz de adjacência é $O(V^2)$.