(é parecido para verificar que $t\underline{v} \in \mathrm{Nul}(f)$).

<u>Dado</u> $\underline{w}_1, \underline{w}_2 \in \mathrm{Im}(f)$ afirmo que $\underline{w}_1 + \underline{w}_2 \in \mathrm{Im}(f)$ também.

<u>Prova</u>: $\underline{w}_1 \in \mathrm{Im}(f) \Leftrightarrow \exists\, \underline{v}_1 \in V$: $f(\underline{v}_1) = \underline{w}_1$. Quero $\underline{v}_3$ tal que $f(\underline{v}_3) = \underline{w}_1 + \underline{w}_2$. Basta pegar:

$$\underline{v}_3 = \underline{v}_1 + \underline{w}_2 \quad \text{pois}$$

$$f(v_1 + \underline{v}_2) = f(\underline{v}_1) + f(\underline{v}_2) = \underline{w}_1 + \underline{w}_2 \text{ //}$$

(parecido para mult por t.)

<u>Exemplo</u>: $M = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -2 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$ define

$f_M : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ por

$$\begin{bmatrix} s \\ t \end{bmatrix} \mapsto M \begin{bmatrix} s \\ t \end{bmatrix} \quad \text{pois}$$