FISHER

Imagem e Nulidade:

Defn: Dado $f : V \to W$ transf. linear,

$$Nul(f) = \{ \underline{v} : f(\underline{v}) = \underline{0} \}$$

$$Im(f) = \{ \underline{w} = f(\underline{v}) : \underline{v} \in V \}.$$

Prop: Ambos são subespaços.

Prova: Para $S' \subseteq V$ ser subespaço, basta mostrar que:

(1) $\underline{0} \in S'$

(2) $\underline{v}, \underline{w} \in S' \Rightarrow \underline{v} + w \in S'$

(3) $\underline{v} \in S' \Rightarrow t\underline{v} \in S'$, $\forall t \in \mathbb{R}$.

Dado $\underline{v}_1, \underline{v}_2 \in Nul(f)$, isto significa que $f(\underline{v}_1) = 0 = f(\underline{v}_2)$. Daí,

$$f(\underline{v}_1 + \underline{v}_2) = f(\underline{v}_1) + f(\underline{v}_2) = \underline{0} + \underline{0} = \underline{0} \quad //$$

↑ linearidade