

Prova I, Álgebra Linear– MAT3211 — Albert Fisher – 27 de outubro de 2020

Coloque o seu nome, número USP, assinatura em cima da página um. Justifique suas respostas! Boa sorte!

Nota: Não escreva nesta folha. Favor escreva em uma folha só (não no verso) de papel branco e com caneta ou lápis escuro para deixar o mais legível possível. Depois escanear ou tirar foto e mandar para mim num email.

(1) Dado a seguinte equação geral de um plano:

$$x + 2y - 2z - 1 = 0$$

(1a) Escreva uma equação paramétrica pelo plano, com parâmetros y, z . Isto é, ache vetores $\mathbf{v}, \mathbf{w}, \mathbf{p}$ tal que para (x, y, z) no plano, $(x, y, z) = y\mathbf{v} + z\mathbf{w} + \mathbf{p}$.

(1b) Ache a equação paramétrica de um plano paralelo a isto e que passe pelo ponto $(6, 1, 1)$. Ache a equação geral deste plano.

(1c) Ache a distância entre os dois planos.

(2)

(2a) Uma matriz M agindo nos vetores colunas por

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \mapsto \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

geometricamente descreve uma rotação do plano no sentido anti-horário por qual ângulo θ ?

(2b) Dado a matriz N

$$N = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$$

Calcule $K = MN$. O que esta matriz faz, geometricamente?

(2c) Ache a matriz L que geometricamente descreve uma reflexão no eixo y .

(2d) Ache uma matriz P que descreve a rotação dado por M seguido pela reflexão. Isto é uma rotação? Porque sim ou não?

(3) Considere a sistema de equações

$$\begin{aligned} w + y + z &= 0 \\ x + -3y + z &= 0 \\ w + x + -2y + 2z &= 0 \end{aligned}$$

(3a) Escreva o espaço \mathbf{Sol}_a de soluções $\mathbf{v} = (w, x, y, z)$ numa forma parametrizada. Qual é este espaço geometricamente?

(3b) Escreva o espaço \mathbf{Sol}_b de soluções aqui numa forma parametrizada.

$$\begin{aligned} w + y + z &= 1 \\ x + -3y + z &= 2 \\ w + x + -2y + 2z &= 3 \end{aligned}$$

(3c) Qual é a relação entre \mathbf{Sol}_a e \mathbf{Sol}_b geometricamente?