Imagem Digital

Introdução à Computação Gráfica

IME -USP

MAC 5744 – MAC 420

Antonio Elias Fabris

IME-USP

aef@ime.usp.br

http://www.ime.usp.br/ ˜aef

O que estudaremos . . .

- Estrutura Conceitual
  - Modelos Contínuos e Discretos
  - Elementos da Imagem Digital
- Quantização de imagem
  - Exibição e compressão de imagens
  - Classificação dos métodos e otimização
- Dithering
  - Aplicável a imagens quantizadas
  - Classificação dos métodos

Modelos

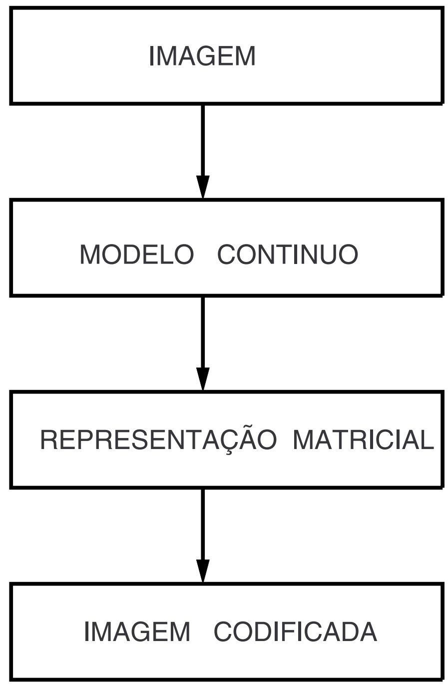


IMAGEM
MODELO CONTINUO
REPRESENTAÇÃO MATRICIAL
IMAGEM CODIFICADA

Modelo Contínuo de Imagem

- Imagem

$$f : U \subset R^2 \longrightarrow R^n$$

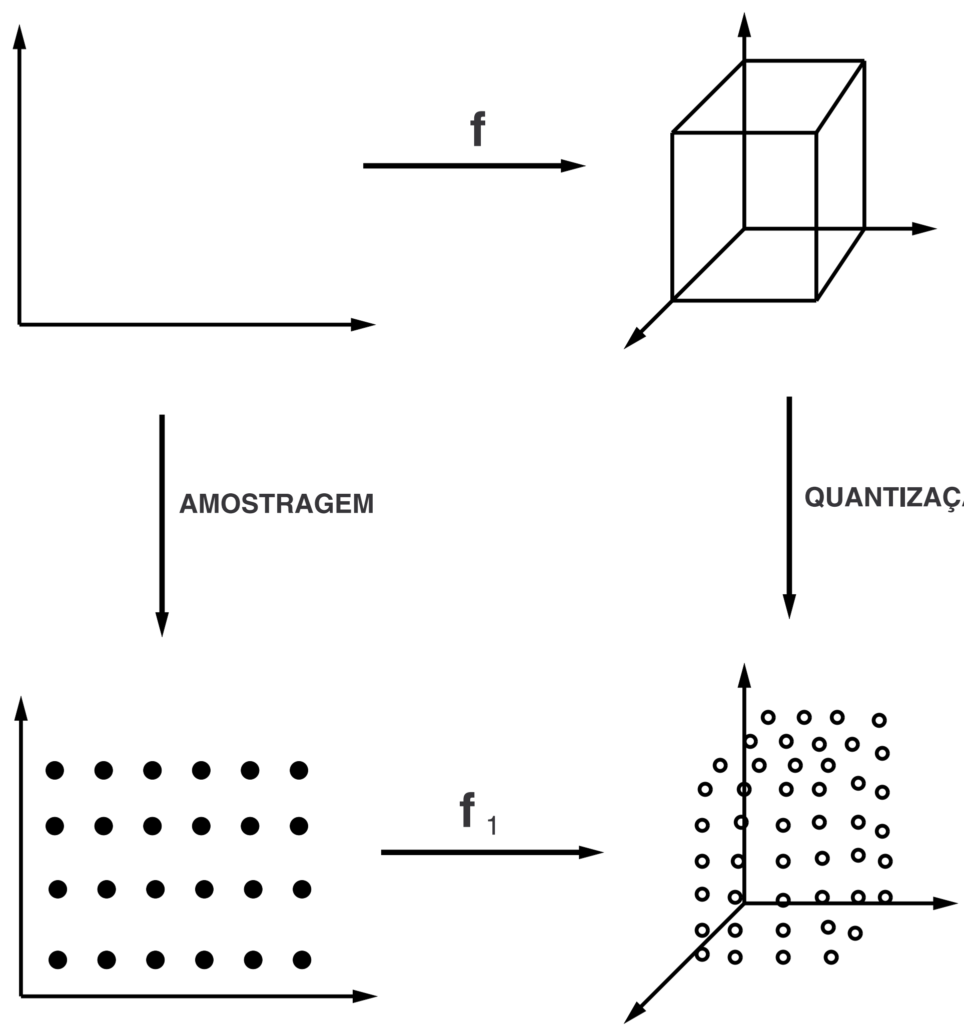
- Domínio

$$U = [a, b] \times [c, d]$$

- Contra-domínio (espaço de cor)

$$C = R^n$$

Discretização



Elementos da Imagem Digital

- Imagem Digital $\iff$ Matriz

  $$A_{m\times n} = \{a_{ij}\} \qquad i = 1, \cdots, m \qquad j = 1 \cdots n$$

- Pixel

  $$a_{ij} = f(u, v)$$

  $$a = (a_1, \cdots, a_k)$$

- Resolução
  - Espacial $\qquad (m, n)$
  - Cor $\qquad k$ = número de bits de a

Quantização da Imagem

- $R_k = \{\nu_1, \cdots, \nu_k\} \subset R^n$

$$q : R^n \longrightarrow R_k$$

- $\mathcal{C}$ (M bits), $\mathcal{C}'$ (N bits), $N < M$

$$q : \mathcal{C} \longrightarrow \mathcal{C}'$$

Exemplo:

$$q : \{0, 1, \cdots, 255\} \longrightarrow \{0, 255\}$$

- $f : M_{l \times k} \to R^n$, discreta-contínua, discreta-discreta

$f'(x, y) = q(f(x, y))$ Imagem Digital

Células e Níveis de Quantização

- $q : \mathcal{C} \subset R^n \longrightarrow \mathcal{C}' \subset R_k$

$$\mathcal{X}_i = q^{-1}(c_i) = \{c \in \mathcal{C} : q(c) = c_i\}$$

  $\mathcal{X}_i$ células, q_i níveis de quantização

- $n = 1$, quantização unidimensional

- quantização escalar:

$$q : \mathcal{C} \longrightarrow R_k \times \cdots \times R_k$$

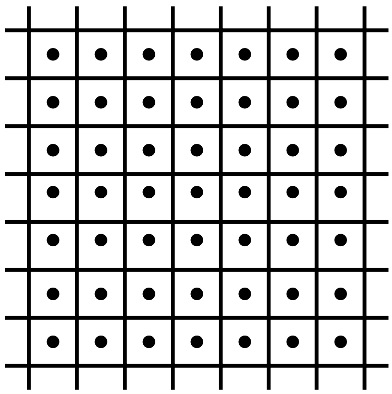
$$q(x_1, \cdots, x_n) = (q_1(x_1), \cdots, q_1(x_n))$$

- quantização vetorial:

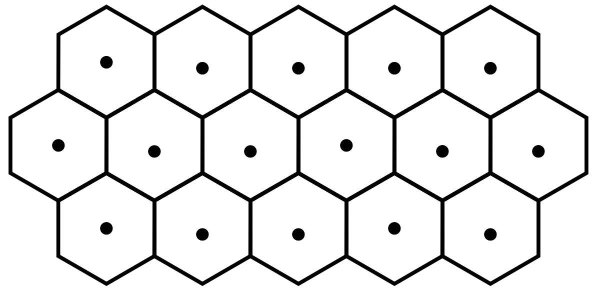
$$q(x) = (q_1(x), \cdots, q_n(x))$$

Geometria das Células

- Uniforme (cores uniformemente distribuídas)

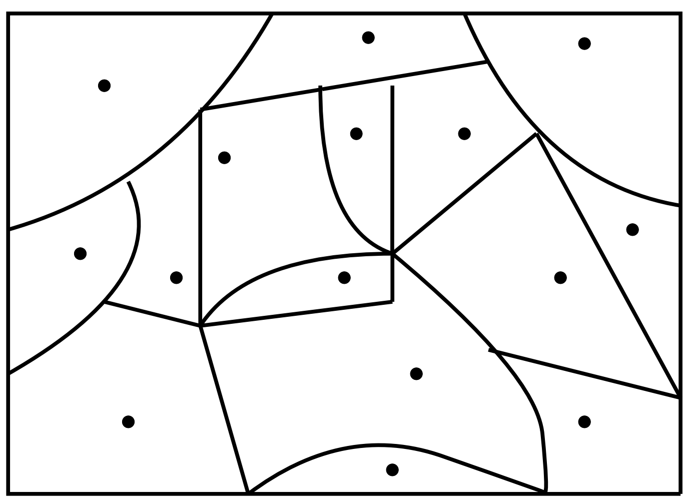


QUANTIZAÇÃO ESCALAR



QUANTIZAÇÃO VETORIAL

- Não-Uniforme



Quantização Adaptativa

- Geometria da célula é escolhida de acordo com a distribuição de cores na imagem

- Duas estratégias básicas:
  - Níveis de Quantização $\Rightarrow$ Células

$$q(c) = c_i \Leftrightarrow d(c, c_i) \leq d(c, c_j)$$

  - Célula $\mathcal{X}_i \Rightarrow$ Nível correspondente c_i

- Classes dos Métodos de Quantização
  - Subdivisão Espacial: primeiro células
  - Seleção Direta: primeiro níveis
  - Híbridos

Quantização Adaptativa

- Classes dos Métodos de Quantização Adaptativos
  - Subdivisão Espacial: primeiro células
  - Seleção Direta: primeiro níveis
  - Híbridos

- Estrutura Básica dos Algoritmos
  1. Estatística da Imagem
  2. Determina a Função de Quantização
  3. Quantização da Imagem

Quantização por Seleção Direta

- Algoritmo de populosidade

  1. Calcula o histograma de cores

  2. Seleciona as n cores mais frequentes

  $$c_1, \cdots, c_n$$

  3. Determina a cor mais próxima

  $$q(c) = c_i \Leftrightarrow d(c, c_i) \leq d(c, c_j)$$

  $$j = 1, \cdots, n \qquad j \neq i$$

- Problema (decorrente da própria definição):

  – Não captura cores menos frequentes do espaço de cor e que podem ser importantes na caracterização da imagem

Subdivisão Espacial

- Algoritmo do Corte Mediano

  1. Tome o menor cubo
  $$V = \{[r_0, r_1] \times [g_0, g_1] \times [b_0, b_1]\}$$
  que contém as cores presentes na imagem

  2. Tome o eixo do espaço de cor em cuja direção V é maior (digamos, eixo g)

  3. Ordene as cores na imagem de acordo com a componente g

  4. Calcule a mediana m_g, que divide V em
  $$V_1 = \{(r, g, b) \in C : g \leq m_g\}$$
  $$V_2 = \{(r, g, b) \in C : g \geq m_g\}$$

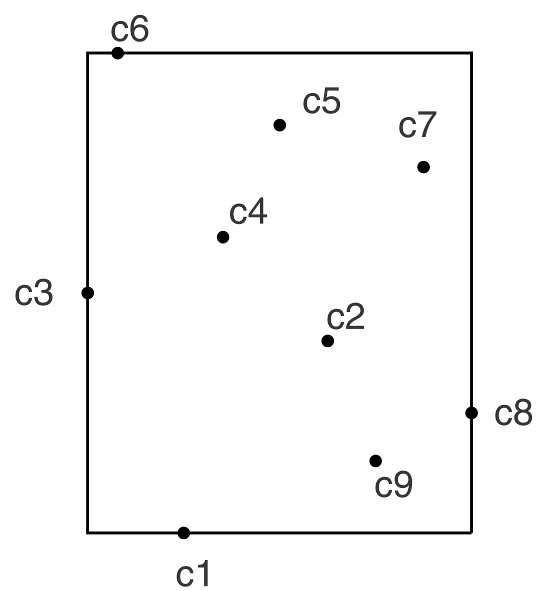
  5. Subdivide V_1 e V_2 recursivamente até que ...

  6. Quantiza a imagem em cada célula

Exemplo

- Exemplo: Quantizar em 4 níveis (2 bits) o conjunto

Cor	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	c_8	c_9
Freq.	2	3	2	1	2	1	1	1	2



Um Método Híbrido

- Método Ótimo:
  Determina as células e os níveis de quantização de modo a minimizar o erro e_q dado por
  $$c = q(c) + e_q$$
  de acordo com alguma métrica

- Medida teórica escolhida:
  $$E(c, q(c)) = \int_{\mathcal{C}} p(c) d(c, q(c)) dc$$
  – Tira uma média do erro de quantização, ponderada pela probabilidade de ocorrência de cada cor no espaço $\mathcal{C}$ que está sendo quantizado.

Otimização

- Estimativa do Erro

$$E(c, q(c)) = \int_{\mathcal{C}} p(c) d(c, q(c)) dc$$

- Realizando quantização em N níveis:

$$E(c, q(c)) = \sum_{j=1}^{N} \int_{K_j} p(c) d(c, q_j) dc$$

onde

$$K_j = q^{-1}(q_j) \subset R^n$$

- K_j (ou a sua discretização) é finito

$$E(c, q(c)) = \sum_{j=1}^{N} \sum_{c \in K_j} p(c) d(c, q_j)$$

O Problema de Otimização

- Minimizar

$$D(K_1, \cdots K_N, q_1, \cdots, q_N) = \sum_{j=1}^{N} \sum_{c \in K_j} p(c) d(c, q_j)$$

  sobre

  - todas as possíveis partições $\cup_{j=1}^{N} K_j$ do espa-ço de cor $\mathcal{C}$ e

  - todos os níveis de quantização q_j.

- Problema difícil computacionalmente ...

- Soluções aproximadas impondo:

  - restrições nas condições acima e/ou

  - heurísticas

XXX

- ...