

Convenções:

- Coordenadas de pontos estão dadas em relação a um sistema ortogonal.
- A norma (ou comprimento) de um vetor \vec{u} será denotada por $\|\vec{u}\|$.
- Se \vec{u} e \vec{v} são vetores, a projeção ortogonal de \vec{u} sobre \vec{v} será denotada por $\text{proj}_{\vec{v}} \vec{u}$.
- Se $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ e $S: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^p$ são funções, define-se a função composta de S com T como sendo a função $S \circ T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$ dada por $(S \circ T)(v) = S(T(v))$, para todo $v \in \mathbb{R}^n$.

Q1. Seja A uma matriz 4×4 com autovalores $-3, -2, 1, 4$. Considere as seguintes afirmações:

- (I) A é diagonalizável.
- (II) A^2 é diagonalizável.
- (III) $\det(A) = 24$.

Está correto o que se afirma em

- (a) (I) e (II), apenas.
- (b) (II), apenas.
- (c) (II) e (III), apenas.
- (d) (I), (II) e (III).
- (e) (III), apenas.

Q2. A área do triângulo cujos vértices são os pontos de coordenadas $(1, 1, -1)$, $(1, 0, 1)$ e $(2, 2, -3)$ é igual a

- (a) 5
- (b) $\sqrt{5}/2$
- (c) $2\sqrt{5}$
- (d) $\sqrt{5}$
- (e) $5/2$

Q3. Sabendo que $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$, pode-se afirmar que a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} X(t)$ que satisfaz a condição $X(0) = (0, -7)$ é

- (a) $X(t) = e^{-3t}(1, 1) - e^{4t}(-6, 1)$
- (b) $X(t) = 2e^{-3t}(1, -3) - e^{4t}(2, 1)$
- (c) $X(t) = 2e^{-3t}(1, -3) - 2e^{4t}(2, 1)$
- (d) $X(t) = 3e^{-3t}(1, -3) - e^{4t}(2, 1)$
- (e) $X(t) = -2e^{-3t}(1, 1) + e^{4t}(-6, 1)$

Q4. Seja R o paralelogramo de vértices $(0, 0)$, $(1, 2)$, $(4, 2)$ e $(3, 0)$. Pode-se afirmar que

- (a) se A é a matriz de uma transformação matricial que transforma o quadrado unitário em R , então $|\det A| \neq 6$.
- (b) se $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ é uma transformação matricial que transforma o quadrado unitário em R , então T é um cisalhamento em x .
- (c) se A é a matriz de uma transformação matricial que transforma o quadrado unitário em R , então $\det A > 0$.
- (d) existem ao menos duas transformações matriciais de \mathbb{R}^2 que transformam o quadrado unitário em R .
- (e) se $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ é uma transformação matricial que transforma o quadrado unitário em R , então T é um cisalhamento em y .

Q5. Seja $a \in \mathbb{R}$. Então, para todos $b, c \in \mathbb{R}$, o sistema linear $\begin{cases} x + ay = b \\ ax + y = c \end{cases}$ é

- (a) possível e indeterminado, se $a \neq 0$.
- (b) possível e determinado, se $a \neq -1$ e $a \neq 1$.
- (c) possível e determinado, se $a \neq 0$.
- (d) impossível, se $a = 1$.
- (e) possível e indeterminado, se $a \neq 1$.

Q6. Seja b o valor da soma das entradas de uma matriz 2×2 que tem $(2, -3)$ e $(4, -5)$ como autovetores associados aos autovalores -7 e 3 , respectivamente. Então,

- (a) $0 \leq b < 20$
- (b) $20 \leq b < 40$
- (c) $b \geq 60$
- (d) $b < 0$
- (e) $40 \leq b < 60$

Q7. Se $\vec{v} = (a, b, c)$ e $\vec{w} = (1, 2, 1)$ são vetores tais que $\text{proj}_{\vec{w}} \vec{v} = \frac{1}{2}\vec{w}$, então $a + 2b + c$ é igual a

- (a) -2
- (b) 4
- (c) 2
- (d) 3
- (e) 6

Q8. Uma equação vetorial do plano que passa pelo ponto de coordenadas

$(1, 1, 0)$ e contém a reta $\begin{cases} x - y = -2 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$ é

(a) $X = (-1, 0, -2) + \lambda(1, 2, 0) + \mu(2, 1, 2) \quad (\lambda, \mu \in \mathbb{R}).$

(b) $X = (-1, 0, -2) + \lambda(1, 0, 0) + \mu(2, 1, 2) \quad (\lambda, \mu \in \mathbb{R}).$

(c) $X = (0, 1, 2) + \lambda(1, 1, 2) + \mu(3, 1, 2) \quad (\lambda, \mu \in \mathbb{R}).$

(d) $X = (1, 5, 0) + \lambda(1, 1, 2) + \mu(2, 1, 2) \quad (\lambda, \mu \in \mathbb{R}).$

(e) $X = (1, 1, 0) + \lambda(1, 0, 0) + \mu(3, 5, 0) \quad (\lambda, \mu \in \mathbb{R}).$

Q9. Sejam $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ vetores de \mathbb{R}^3 tais que $\|\vec{u}\| = 2$, $\|\vec{v}\| = 3$, $\|\vec{w}\| = 2$ e o ângulo entre \vec{u} e \vec{v} mede $\pi/3$ radianos. Se \vec{u} e \vec{v} são paralelos ao plano de equação $x + y + z = 0$ e \vec{w} é paralelo ao vetor $(1, 1, 1)$, então o volume do paralelepípedo determinado por \vec{u}, \vec{v} e \vec{w} é

(a) 3

(b) $6\sqrt{3}$

(c) 6

(d) $3\sqrt{3}$

(e) $2\sqrt{3}$

Q10. A soma das raízes do polinômio $p(x) = \det \begin{bmatrix} x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & -2 & -2 \\ -2 & -2 & x & 4 \\ 4 & 4 & 4 & x \end{bmatrix}$ é igual

a

(a) 0

(b) 16

(c) 4

(d) 8

(e) 2

Q11. Se (a, b, c) e (u, v, w) são as coordenadas dos pontos das retas

$$r : \begin{cases} x = -1 - 2\lambda \\ y = 2 + \lambda \\ z = 1 + 2\lambda \end{cases} \quad (\lambda \in \mathbb{R}) \quad \text{e} \quad s : \begin{cases} x = 2 + \mu \\ y = 1 - 2\mu \\ z = 4 - 2\mu \end{cases} \quad (\mu \in \mathbb{R}) \quad ,$$

respectivamente, cuja distância coincide com a distância entre r e s , então $a+u$ é igual a

- (a) 4
- (b) 2
- (c) 5
- (d) 3
- (e) 1

Q12. Em \mathbb{R}^2 , seja T a reflexão em relação à reta $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ e seja S a reflexão em relação à reta $y = \sqrt{3}x$. Então a transformação composta $S \circ T$ é a

- (a) reflexão em relação à reta $y = x$.
- (b) rotação, em torno da origem, de $\pi/3$ radianos no sentido anti-horário.
- (c) rotação, em torno da origem, de $\pi/3$ radianos no sentido horário.
- (d) reflexão em relação à reta $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x$.
- (e) rotação, em torno da origem, de $\pi/6$ radianos no sentido anti-horário.

Q13. Sejam \vec{a} e \vec{b} vetores de \mathbb{R}^3 tais que $\|\vec{a}\| = 1$ e $\|\vec{b}\| = 2$. Considere as seguintes afirmações:

- (I) $3 \leq (\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} + 2\vec{b}) \leq 15$.
- (II) $\|\vec{a} - \vec{b}\| \neq 1/2$.
- (III) $\|\vec{a} - \vec{b}\| = \sqrt{5}$ se, e somente se, \vec{a} e \vec{b} são paralelos.

Está correto o que se afirma em

- (a) (I) e (III), apenas.
- (b) (II) e (III), apenas.
- (c) (I) e (II), apenas.
- (d) (I), (II) e (III).
- (e) (III), apenas.

Q14. A respeito do plano $\pi : x - 2y + 2z = 1$ e da reta $r : \frac{-x - 1}{2} = \frac{2y - 4}{2} = \frac{z - 1}{2}$, está correto afirmar que

- (a) r é perpendicular a π .
- (b) a distância entre π e r é 5.
- (c) r está contida em π .
- (d) a distância entre π e r é $4/3$.
- (e) a distância entre π e r é zero, mas r não é nem paralela nem perpendicular a π .

Q15. Se o vetor (a, b, c) é combinação linear dos vetores $(1, -2, -1)$, $(-2, 1, 3)$ e $(-1, -4, 3)$, então $5a + b$ é igual a

- (a) $-3c$
- (b) $3c$
- (c) c
- (d) $-c$
- (e) $-2c$

Q16. Assinale a afirmação correta a respeito do plano

$$\pi : \begin{cases} x = 1 + 2\lambda + 3\mu \\ y = 1 - \lambda - \mu \\ z = -1 + \lambda + 2\mu \end{cases} \quad (\lambda, \mu \in \mathbb{R})$$

e das retas

$$r : \begin{cases} x = 1 + \alpha \\ y = -2 + 2\alpha \\ z = -1 + 3\alpha \end{cases} \quad (\alpha \in \mathbb{R}) \quad \text{e} \quad s : \begin{cases} x + y - z = 0 \\ 3x - y + 2z = 9 \end{cases}$$

- (a) r e s são concorrentes e estão, ambas, contidas em π .
- (b) r e s são concorrentes, paralelas a π , mas não estão contidas em π .
- (c) r e s não são concorrentes e são, ambas, paralelas a π .
- (d) r está contida em π , e s não é paralela a π .
- (e) r e s não são concorrentes, nem são paralelas a π .