

**Convenções:**

- A norma (ou comprimento) de um vetor  $\vec{u}$  será denotada por  $\|\vec{u}\|$ .
- A projeção ortogonal do vetor  $\vec{u}$  sobre o vetor  $\vec{v}$  será denotada por  $\text{proj}_{\vec{v}}\vec{u}$ .
- O produto misto dos vetores  $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ , nesta ordem, será denotado por  $[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]$ .
- Coordenadas estão dadas em relação a um sistema ortogonal de coordenadas.

**Q1.** Sejam  $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$  vetores de  $\mathbb{R}^3$ , com  $\vec{u} \neq \vec{0}$ . Sabendo que

- $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  são ortogonais,
- o ângulo entre  $\vec{u}$  e  $\vec{w}$  mede  $\pi/3$  radianos, e
- $\|\vec{w}\| = 4\|\vec{u}\|$ ,

pode-se concluir que  $\text{proj}_{\vec{u}}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}) = \lambda\vec{u}$ , em que  $\lambda$  é igual a

- 3
- $3/2$
- $2/3$
- 2
- $4/3$

**Q2.** Sejam  $a, b, c \in \mathbb{R}$ . Se  $\vec{v} = (a, b, c)$  e  $\vec{w} = (1, -1, 1)$  são vetores tais que  $\text{proj}_{\vec{w}}\vec{v} = \vec{w}$ , então  $a - b + c$  é igual a

- 3
- 2
- 1
- 1
- 0

**Q3.** Considere o triângulo de vértices  $A = (1, 2, 0)$ ,  $B = (2, 0, -1)$  e  $C = (2, 1, 2)$ . Seja  $D$  o ponto de interseção da reta que passa por  $A$  e  $B$  com a altura do triângulo em relação ao lado  $AB$ . Nessas condições, a soma das coordenadas de  $D$  vale

- (a)  $8/3$
- (b)  $4/3$
- (c)  $2/3$
- (d)  $-2/3$
- (e)  $-4/3$

**Q4.** O volume do tetraedro de vértices  $A = (1, 2, -1)$ ,  $B = (2, 1, 0)$ ,  $C = (0, 1, 2)$  e  $D = (-2, 1, -2)$  é igual a

- (a) 2
- (b) 3
- (c) 4
- (d) 6
- (e) 12

**Q5.** Sejam  $A, B, C$  e  $D$  pontos tais que

- (i)  $\|\vec{AB}\| = 2$ ,  $\|\vec{BC}\| = 2$  e  $\|\vec{BD}\| = 1$ ,
- (ii) o ângulo entre  $\vec{AB}$  e  $\vec{BC}$  mede  $\pi/3$  radianos,
- (iii)  $\vec{AB}$  e  $\vec{AC}$  são paralelos ao plano de equação  $x - y + z = 0$ , e
- (iv) o vetor  $(1, -1, 1)$  faz um ângulo de  $\pi/3$  radianos com  $\vec{BD}$ .

Então, o volume do paralelepípedo que tem os segmentos  $AB$ ,  $AC$  e  $AD$  como arestas vale

- (a)  $\sqrt{3}$
- (b) 3
- (c) 1
- (d)  $\sqrt{3}/2$
- (e)  $1/2$

**Q6.** Considere as seguintes afirmações a respeito de vetores  $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}, \vec{t} \in \mathbb{R}^3$ :

- (I)  $(\vec{u} \wedge \vec{v}) \cdot \vec{w} > 0$  implica  $\vec{w} \cdot (\vec{v} \wedge \vec{u}) > 0$
- (II)  $\vec{u} \wedge \vec{v} = \vec{t}$  e  $\vec{u} \wedge \vec{w} = 2\vec{t}$  implicam  $(\vec{w} - 4\vec{v}) \wedge \vec{u} = -2\vec{t}$
- (III)  $\|\vec{u} \wedge \vec{v}\| + \vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\|$

Assinale a alternativa correta.

- (a) (I), (II) e (III) são falsas.
- (b) Apenas (II) é verdadeira.
- (c) Apenas (I) e (III) são verdadeiras.
- (d) Apenas (I) é verdadeira.
- (e) Apenas (II) e (III) são verdadeiras.

**Q7.** A área do triângulo de vértices  $A, B, C$ , em que  $A = (0, 1, -1)$ ,  $B = (1, 2, -1)$  e  $C$  é o ponto tal que  $\overrightarrow{AC} = \text{proj}_{\overrightarrow{AD}} \vec{u}$ , com  $\vec{u} = (-2, -1, -1)$  e  $D = (2, 2, 1)$ , é igual a

- (a)  $7/6$
- (b)  $5/6$
- (c)  $5/3$
- (d)  $7/3$
- (e)  $10/3$

**Q8.** Considere as afirmações abaixo a respeito de vetores  $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w} \in \mathbb{R}^3$ :

- (I)  $\vec{u} = 2\vec{v} + 2\vec{w}$  implica  $[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}] = 2\|\vec{v}\|^2\|\vec{w}\| + 2\|\vec{v}\|\|\vec{w}\|^2$
- (II) Se  $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$  são dois a dois ortogonais, então  $|[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]| = \|\vec{u}\|\|\vec{v}\|\|\vec{w}\|$
- (III)  $[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}] = [\vec{v}, \vec{w}, \vec{u}]$

Está correto o que se afirma em

- (a) (II) e (III), apenas.
- (b) (II), apenas.
- (c) (III), apenas.
- (d) (I) e (III), apenas.
- (e) (I), (II) e (III).

**Q9.** Sejam  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ . As retas de equação

$$\begin{cases} \alpha x + y + z = 9 \\ x - y + z = 2 \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{cases} x - 2y + \beta z = \beta \\ x + y + z = 1 \end{cases}$$

são ortogonais se, e somente se,

- (a)  $\alpha\beta + 2\alpha + \beta + 8 = 0$
- (b)  $\alpha\beta - 2\alpha - \beta - 8 = 0$
- (c)  $\alpha\beta + 2\alpha - \beta - 8 = 0$
- (d)  $\alpha\beta - 2\alpha - \beta + 8 = 0$
- (e)  $\alpha\beta - 2\alpha + \beta + 8 = 0$

**Q10.** Acerca do plano  $\pi$  de equação  $x - 3y - z = 1$  e da reta  $r$  de equação

$$\begin{cases} x + y + z = 4 \\ x + 3y + 2z = 2 \end{cases},$$

pode-se afirmar que

- (a)  $r$  é paralela a  $\pi$ , mas não está contida em  $\pi$ .
- (b)  $r$  está contida em  $\pi$ .
- (c)  $r$  não é paralela e nem perpendicular a  $\pi$ , e um vetor diretor de  $r$  faz um ângulo de 45 graus com um vetor normal a  $\pi$ .
- (d)  $r$  é perpendicular a  $\pi$ .
- (e)  $r$  não é paralela e nem perpendicular a  $\pi$ , e um vetor diretor de  $r$  faz um ângulo de 60 graus com um vetor normal a  $\pi$ .

**Q11.** Seja  $\pi$  o plano que passa por três pontos não alinhados  $A, B, C$  e seja  $\pi'$  o plano de vetor normal  $\vec{n}$  e que passa pelo ponto  $D$ . Considere as seguintes afirmações:

- (I) Se  $[\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{n}] = 0$ , então  $\pi$  e  $\pi'$  são paralelos.
- (II) Se  $\vec{AB} \wedge \vec{BC}$  é paralelo a  $\vec{n}$  e  $[\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}] = 0$ , então  $\pi = \pi'$ .
- (III) Se  $\vec{AB} \wedge \vec{AC}$  faz um ângulo de 45 graus com  $\vec{n}$ , então  $\pi$  e  $\pi'$  não são paralelos nem perpendiculares.

Está correto o que se afirma em

- (a) (II) e (III), apenas.
- (b) (I), (II) e (III).
- (c) (I) e (III), apenas.
- (d) (I) e (II), apenas.
- (e) (III), apenas.

**Q12.** Assinale a alternativa contendo equações de uma reta que passa pelo ponto de coordenadas  $(1, 2, -1)$  e que é paralela à reta de equação

$$\begin{cases} x - y - z - 1 = 0 \\ x - 2y - z + 2 = 0 \end{cases} .$$

(a)  $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 2 \\ z = 1 - 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

(b)  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 \\ z = -1 + 3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

(c)  $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 2 \\ z = -4 - 3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

(d)  $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = 2 \\ z = 3 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

(e)  $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2 \\ z = 2 - 3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

**Q13.** Seja  $r$  a reta contida no plano  $\pi: 2x + y - z - 4 = 0$ , que passa pelos pontos  $(0, 5, 1)$  e  $(1, 3, 1)$ . Assinale a alternativa que contém as coordenadas de um ponto da reta perpendicular a  $r$ , contida em  $\pi$ , que passa por  $(1, 3, 1)$ .

(a)  $(-3, 1, -9)$

(b)  $(-4, 0, -12)$

(c)  $(-1, 1, -5)$

(d)  $(2, 3, 3)$

(e)  $(1, 2, 0)$

**Q14.** Sejam  $a, b \in \mathbb{R}$  e considere o plano  $\pi: (a + 3)x - 2y - (1 + a)z = b$ . Sabendo que a reta

$$\begin{cases} x = 3 + \lambda \\ y = -\lambda \\ z = 5 + 3\lambda \end{cases} \quad (\lambda \in \mathbb{R})$$

está contida em  $\pi$ , pode-se afirmar que

- (a)  $a^2 + b^2 = 5$
- (b)  $a^2 + b^2 = 8$
- (c)  $a^2 + b^2 = 14$
- (d)  $a^2 + b^2 = 11$
- (e)  $a^2 + b^2 = 2$

**Q15.** A distância entre a reta que passa pelos pontos  $(-2, 4, 2)$  e  $(2, 0, 0)$  e a

reta dada por  $\begin{cases} 2x + y + 2z - 4 = 0 \\ x - y + 4z + 7 = 0 \end{cases}$  é igual a

- (a) 3
- (b) 2
- (c)  $2\sqrt{3}$
- (d)  $3\sqrt{2}$
- (e) 5

**Q16.** A distância entre o ponto  $(1, 1, 3)$  e o plano

$$\begin{cases} x = 1 + \lambda + \mu \\ y = -2 + 2\lambda - \mu \\ z = 1 - \lambda + \mu \end{cases} \quad (\lambda, \mu \in \mathbb{R})$$

é igual a

- (a)  $12/\sqrt{14}$
- (b)  $12/\sqrt{3}$
- (c)  $3/\sqrt{14}$
- (d)  $1/\sqrt{2}$

(e)  $5/\sqrt{2}$