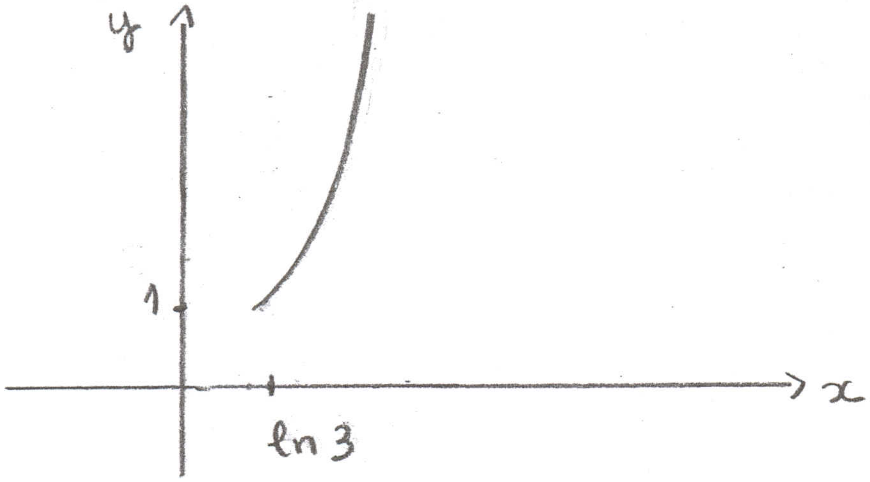
Questão 3. Esboce a imagem das seguintes curvas planas. Justifique.

a) (1,0) $\gamma(t) = (\ln(t^2+3), t^2+1), t \in \mathbb{R}$

b) (1,0) $\gamma(t) = (3\sec\ t\ ,\ \mathrm{tg}t)\ , t \in]\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}[$

a) $\gamma(t) = (x(t), y(t))$ para $x(t) = \ln(t^2+3)$ e $y(t) = t^2+1$
Como $y(t) = e^{x(t)} - 2$, a imagem de γ está contida no gráfico de $f(x) = e^x - 2$. Como o domínio de γ é $\mathbb{R}$, $x(t) = \ln(t^2+3)$ percorre o intervalo $[\ln(3), +\infty[$. Assim, a imagem de γ é a parte do gráfico de $f(x) = e^x - 2$ na qual $x \geq \ln 3$



$\gamma(t) = (x(t), y(t))$ para $x(t) = 3\sec t$ e $y(t) = \mathrm{tg}\, t$
Como $\left(\frac{x(t)}{3}\right)^2 = 1 + (y(t))^2$, a imagem de γ está contida na hipérbole de equação $\frac{x^2}{9} - y^2 = 1$. Como $t \in]\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}[$, $y(t) = \mathrm{tg}\, t$ percorre $\mathbb{R}$ e $x(t) = 3\sec t \in]-\infty, -3]$