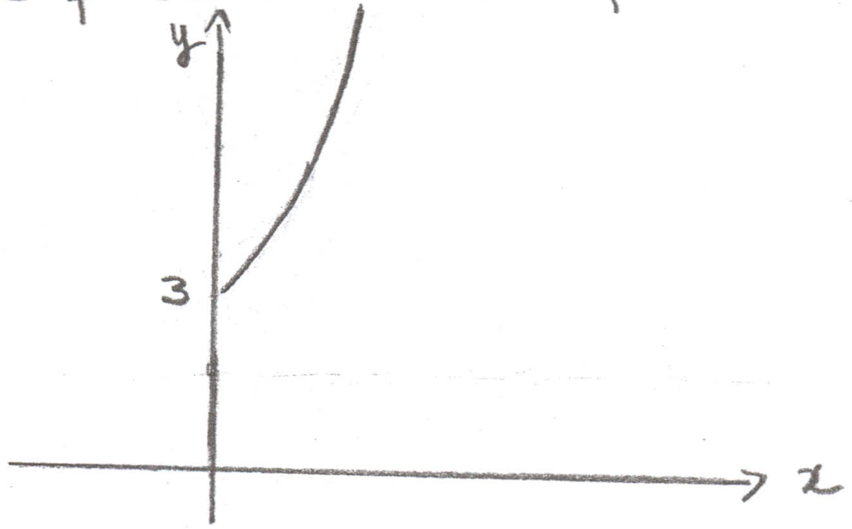
Questão 3. Esboce a imagem das seguintes curvas planas. Justifique.

a) (1,0) $\gamma(t) = (\ln(t^2+1), t^2+3)$, $t \in \mathbb{R}$

b) (1,0) $\gamma(t) = (\operatorname{tg} t, 3\sec t)$, $t \in]\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}[$

a) $\gamma(t) = (x(t), y(t))$ para $x(t) = \ln(t^2+1)$ e $y(t) = t^2+3$

Como $y(t) = e^{x(t)} + 2$, a imagem de γ está contida no gráfico de $f(x) = e^x + 2$. Como o domínio de γ é $\mathbb{R}$, $x(t) = \ln(t^2+1)$ percorre o intervalo $[\ln(1), +\infty[$, que é $[0, +\infty[$. Assim, a imagem de γ é a parte do gráfico de $f(x) = e^x+2$ na qual $x \geq 0$



b) $\gamma(t) = (x(t), y(t))$ para $x(t) = \operatorname{tg} t$ e $y(t) = 3\sec t$

Como $\left(\frac{y(t)}{3}\right)^2 = 1 + (x(t))^2$, a imagem de γ está contida na hipérbole de equação $\frac{y^2}{9} - x^2 = 1$. Como $t \in]\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}[$, $x(t) = \operatorname{tg} t$ percorre $\mathbb{R}$ e $y(t) = 3\sec t \in]-\infty, -3]$