B

2. a) (1,5 ponto) Seja $\Gamma : [0, 2\pi] \to I\!R^2$ a curva dada por $\Gamma(t) = (\operatorname{sen} t, y(t), 1+\cos t)$. Sabendo que a imagem de Γ está contida na superfície de equação $(z-1)^2 - \frac{x^2}{9} = y$, determine $y(t)$ e a encontre uma equação para a reta tangente a Γ em $\Gamma(\pi/6)$.

b) Seja S a superfície de equação $(x-1)^2 - 2y^2 + z^2 = 1$.

b1) (1,0 ponto) Estude a intersecção de S com cada plano $y = k$ e com o plano $x = 1$. Esboce S.

b2) (1,5 ponto) Encontre uma parametrização para a intersecção de S com o plano $2y + x = 2$.

a) $y(t) = (1+\cos t - 1)^2 - \frac{\operatorname{sen}^2 t}{9} = \cos^2 t - \frac{\operatorname{sen}^2 t}{9} = 1 - \frac{10}{9}\operatorname{sen}^2 t$

$\Gamma\left(\frac{\pi}{6}\right) = \left(\frac{1}{2}, 1 - \frac{10}{9}\cdot\frac{1}{4}, 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}, \frac{13}{18}, 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$y'(t) = -\frac{20}{9}\cos t \operatorname{sen} t$, $y'\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{20}{9}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{2} = -\frac{5}{9}\sqrt{3}$

$\Gamma'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{5}{9}\sqrt{3}, -\frac{1}{2}\right)$

equação da reta: $(x,y,z) = \left(\frac{1}{2}, \frac{13}{18}, 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \lambda\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{5}{9}\sqrt{3}, -\frac{1}{2}\right)$

b1) $y = K$ $\quad (x-1)^2 + z^2 = 1 + 2K^2$: circunferência no plano $y = K$, com centro em $(1, K, 0)$ e raio $\sqrt{1+2K^2}$

$x = 1 \quad z^2 - 2y^2 = 1$: hipérbole no plano $x = 1$

S é um hiperboloide circular de uma folha

(ver esboço depois da resolução de b2)

b2) $\begin{cases} (x-1)^2 - 2y^2 + z^2 = 1 \\ 2y + x = 2 \end{cases} \iff \begin{cases} (2-2y-1)^2 - 2y^2 + z^2 = 1 \\ 2y + x = 2 \end{cases} \iff$

$\begin{cases} 2(y^2 - 2y + 1) + z^2 = 2 \\ 2y + x = 2 \end{cases} \iff \begin{cases} (y-1)^2 + \left(\frac{z}{\sqrt{2}}\right)^2 = 1 \\ 2y + x = 2 \end{cases}$

$y - 1 = \cos t$

$\frac{z}{\sqrt{2}} = \operatorname{sen} t$

$x = 2 - 2y = 2 - 2(1+\cos t)$

Uma parametrização é

$\Gamma : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}^3$

$\Gamma(t) = (-2\cos t, 1 + \cos t, \sqrt{2}\operatorname{sen} t)$

Q2 b1)

B