3. (1,5 ponto) Seja $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ uma função diferenciável. Seja $\gamma(t) = (2t, t^2, z(t))$ uma curva diferenciável tal que sua imagem está contida no gráfico de f. A equação da reta tangente a γ em $\gamma(1)$ é $(x, y, z) = (2, 1, -2) + \lambda(1, 1, 4)$ com $\lambda \in \mathbb{R}$. Determine A e B para que o plano de equação $z = Ax + By - 3$ seja plano tangente ao gráfico de f em $(2, 1, f(2, 1))$.

$\gamma(1) = (2, 1, z(1))$

Como $\operatorname{Im} \gamma \subset G_f$, $\boxed{z(1) = f(2,1)}$

Por outro lado como $(x, y, z) = (2, 1, -2) + \lambda(1, 1, 4)$, $\lambda \in \mathbb{R}$

é tangente à γ em $\gamma(1)$, ela contém o ponto $\gamma(1)$. Logo $(2, 1, \gamma(1)) = (2, 1, -2) + \lambda_0(1, 1, 4)$

para algum $\lambda_0 \in \mathbb{R}$. Logo $\lambda_0 = 0$ e

$\gamma(1) = -2 = f(2,1)$

O vetor normal a G_f em $(2, 1, f(2,1))$ é

$(A, B, -1)$. Como $\operatorname{Im} \gamma \subset G_f$,

$(A, B, -1) \perp (1, 1, 4)$

Assim: $\boxed{A + B - 4 = 0}$

Como o plano $z = Ax + By - 3$ é tangente ao G_f em $(2, 1, -2)$, esse ponto pertence ao plano.

Logo $\boxed{2A + B - 3 = -2}$.

Resolvendo o sistema temos:

$\boxed{A = -3}$ e $\boxed{B = 7}$